

Ant Colony Optimization (ACO) の 経済ネットワークデザイン問題への応用

加藤 康彦

Applying Ant Colony Optimization (ACO) to Solving Economic Network Design Problems

Yasuhiko Kato

This paper shows how to solve Economic Network Design Problems by means of one of the most popular meta-heuristics, which is an extended version of the standard Ant Colony Optimization (ACO). ACO is a kind of probabilistic model based evolutionary search algorithms. ACO is a very simple algorithm, yet widely effective strategy in global optimization. Then, we demonstrate the example of numerical simulation on Economic Network Design Problem.

キーワード：進化計算，群知能，アントコロニー最適化

Keywords：Evolutionary Computation, Swarm Intelligence, Ant Colony Optimization

1. はじめに

近年，群知能 (Swarm Intelligence) に関する研究が活発になってきている。群知能の例として，社会性昆虫の蟻が，場を介した非同期型のコミュニケーション (フェロモンコミュニケーション) を実現することで効率的に採餌している現象がある。Dorigo ら^[1]は，蟻の群行動を工学的にモデル化し最適化問題に応用した。この Dorigo らにより提案されたアントコロニー最適化 (Ant Colony Optimization, ACO) の原型であるアントシステム (Ant System, AS)

は巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem, TSP) に応用されて以降，スケジューリング問題，ネットワークルーティング問題などの最適化問題に幅広く応用されている。

本研究では，「経済ネットワークデザイン問題」への ACO の応用を試みる。そこで，まず，Jackson & Wolinsky のネットワーク形成ゲーム理論^[2]の中で提案されている経済ネットワークの利得関数を，グラフ理論を応用して最短経路以外の経路からの経済的な影響も考慮に入れた利得関数に拡張し，それを最大化するネットワークの発見を目的とする最適化問題を定式化

する。次に、ACOによる経済ネットワークデザイン問題の解法を提案し、初歩的なシミュレーションを行う。

本論文の構成は次の通りである。第2章では、TSPを応用事例として取り上げ、ACOを説明する。第3章では、経済ネットワークデザイン問題を定式化する。第4章では都市ネットワークデザイン問題に適応させたACOアルゴリズムを提案する。第5章では、数値シミュレーションの結果を示す。第6章では、研究のまとめと今後の課題を述べこの論文のむすびとする。

2. アントシステムの概説

本論文の提案アルゴリズムは、ASの拡張なので、本章では、Dorigoらの論文をベースにASの概要を述べる。以下では、Dorigoらの提案したASはTSPを応用事例としているため、まず、TSPを説明した後に、ASのアルゴリズムの詳細について述べる。

2・1 巡回セールスマン問題

(Traveling Salesman Problem, TSP)

TSPとは、都市の集合とそれらの都市間のコスト(例えば、距離など)が与えられている状況で、すべての都市を一度だけ通るような巡回路のうち、最短の巡回路を見つけ出す「費用最小化問題」である。都市数が少なければ組合せの数も少ないため、全ての組合せ候補(巡回路)の距離を計算することが可能である。しかし、都市数が多くなると組合せの数が指数関数的に増え、多項式時間では全ての組合せ候補のコストを計算・比較することが困難となる。このような現象を組合せ爆発といい、このクラスの問題を計算複雑性理論ではNP困難とよぶ。TSPのメタヒューリスティクス解法としては、遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm, GA)やシミュレーテッドアニーリング(Simulated Annealing, SA)などがよく知られている。

2・2 アントシステム (Ant System, AS)

まず複数の人工アリエージェントを用意し、

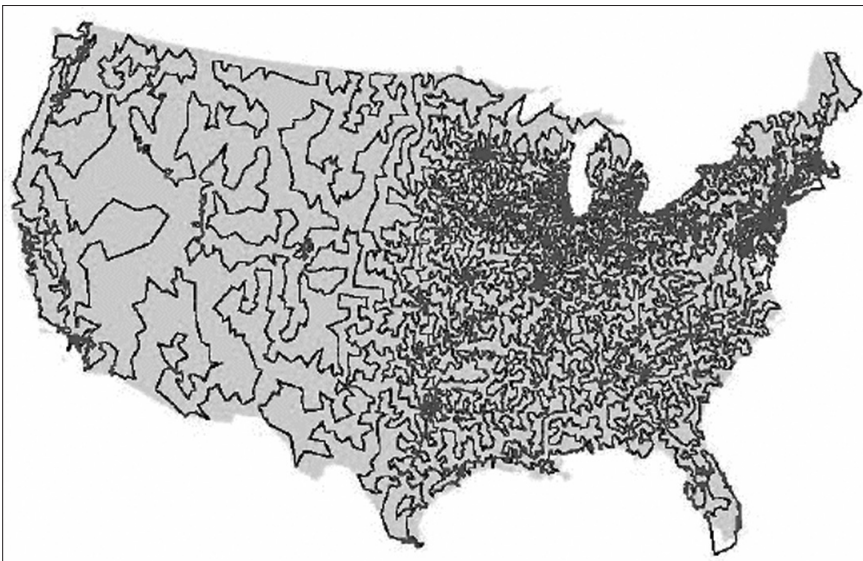


図1 USA 13509 都市問題 ([7] より出典)

各人工アリを都市のどこかに配置する。今、 $\langle ij \rangle$ におけるフェロモンの量を τ_{ij} 、都市間の距離を d_{ij} とすると、各人工アリは「フェロモンの量」と「距離」から式 (1) に従い確率的に訪問都市を順次選択して巡回路を生成する。

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in T^k} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in T^k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 T^k は人工アリ k が既でに訪問した

都市の集合、 η_{ij} は都市間の距離 d_{ij} の逆数とする。 α 、 β は、それぞれ「フェロモンの量」と「距離の近さ」の重要度を決定するためのパラメータで非負の実数である。また、フェロモンの初期値は $\tau_0=0$ とする。

次に、すべての人工アリが巡回路を生成した後、巡回路の評価を行い、フェロモン量 τ_{ij} を次式で更新する。

$$\tau_{ij} = (1-\rho)\tau_{ij} + \sum_{k=1}^{Ants} \Delta\tau_{ij}^k \quad (2)$$

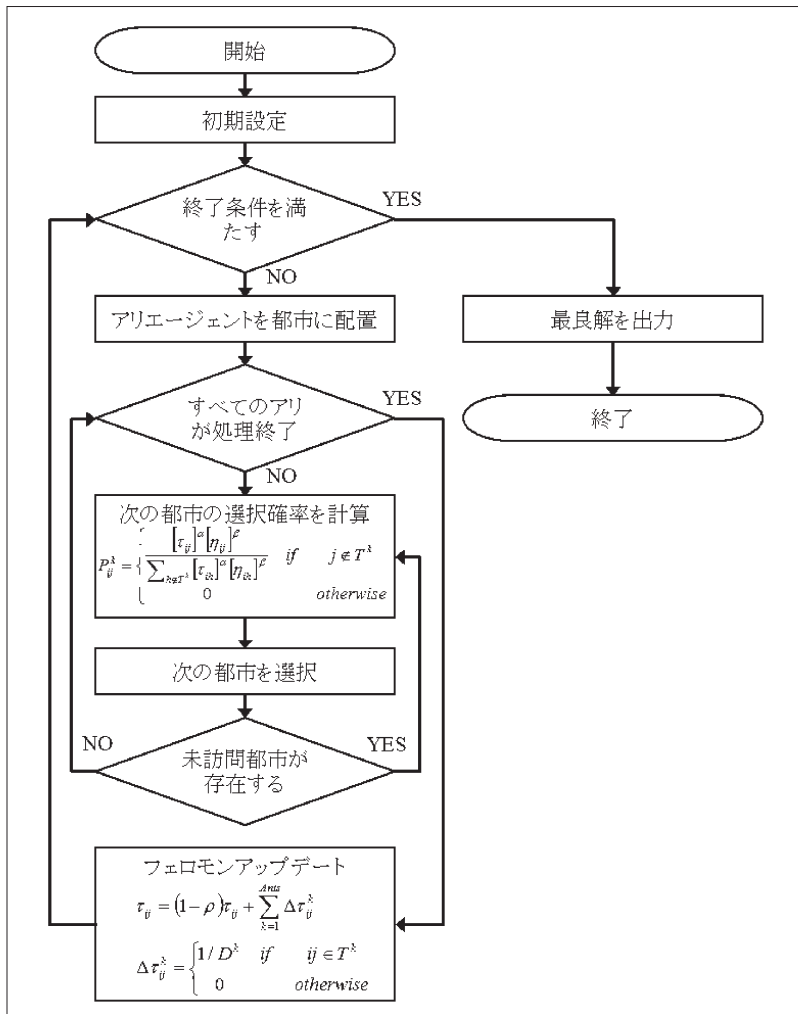


図2 Ant System のフローチャート

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} 1/D^k & \text{if } ij \in T^k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 $Ants$ は人工アリの数、 D^k は人工アリ k の巡回経路長を表す。また、 ρ は $(0, 1)$ の範囲の値をとり、フェロモンの蒸発率を表す。

AS は、これら 2 つの工程が終了条件を満たすまで繰り返される。図 2 に TSP を解くための Ant System の動作をフローチャートで示す。

3. 経済ネットワークデザイン問題 (Economic Network Design Problem) の定式化

3.1 ネットワーク形成ゲーム理論 (Network Formation Game Theory) [2][3]

経済ネットワークを無向グラフ $G = \langle V, E \rangle$ で表現する。グラフ G は、頂点集合 V と頂点を結ぶ辺集合 E からなる。例えば、グラフの頂点は、経済プレイヤー (個人、団体、都市、国家) を表し、辺は、交通網、情報通信網、経済的地域連携などを表わす。Jackson & Wolinsky [2] では、各プレイヤーが新しいリンク (関係) を形成するか、それとも現在存在しているリンクを断ち切るのかを自由に選択できる状況下において、安定的なネットワークとはどのようなものであるかを分析している。ネットワーク形成ゲーム理論は、例えば、国際貿易における自由貿易協定の締結分布の予見や、最適な航空路線ネットワークの決定などの分析に適した実用的な分析フレームワークである。以下では、その中で定義されている利得関数だけに的をしばり説明をする。

ネットワーク形成ゲーム理論において、グラフ G におけるプレイヤー i の利得関数は次式で定義されている。

$$u_i(G) = \sum_{j=1}^{|V|} \delta^{t_{ij}} w_j - \sum_{j=1, ij \in G}^{|V|} c_{ij} \quad (4)$$

ただし、 $|V|$ は、グラフ G の頂点の個数であ

る。 $\delta^{t_{ij}}$ はプレイヤー j から得られる利得の減少率であり、 δ の乗数の t_{ij} は頂点 i, j 間の最小リンク数である。 w_j は、プレイヤー j の経済的なポテンシャルエネルギー (スカラー量) を表わし、 c_{ij} は頂点 i, j 間のリンクの費用を表わす。ただし、リンク費用はプレイヤー i とプレイヤー j が直接リンクを張っている場合のみに発生するものとする。

さらに、ネットワーク全体の利得は、次式で表現されている。

$$u_{net}(G) = \sum_{i=1}^{|V|} u_i(G) \quad (5)$$

3.2 経済ネットワークデザイン問題 (Economic Network Design Problem)

この小節では、まず、グラフ理論を応用して最短経路以外の経路からの経済的な影響も考慮に入れた利得関数を定義し、それをもとに経済ネットワークデザイン問題を定式化する。

$|V|$ 人のプレイヤーからなる経済ネットワークは、頂点集合 V からなる完全グラフを K とすると、完全グラフ K の部分グラフ G として表現される。

今、グラフ G の隣接行列を A とする。また、 A_{ij} は、行列 A の第 i 行 j 列の要素を表わすものとする。また、 A_{ij}^l は、頂点 j を始点として頂点 i を終点とする長さ l の歩道 (walk) の数となる。(ただし、 G は無向グラフなのでその隣接行列 A は対称行列であり、始点、終点が逆転しても同義である) ここで、長さ L 以下のすべての歩道からの経済的影響を考慮に入れたプレイヤー i の利得関数は、リンクの形成・維持費用 c を無視すれば、Jackson & Wolinsky [2] で定義された式 (4) は、式 (6) に拡張できる。

$$u_i^L(G) = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^{|V|} \delta^l w_j A_{ij}^l \quad (6)$$

ただし、 δ は、利得の減少率とする。つまり $\delta^l w_j$ は、頂点 i と頂点 j を結ぶ長さ l の歩道を通じて、プレイヤー j から得られるプレイヤー i の利得である。

さらに、 δ の値の範囲が $0 < \delta < 1.0$ の場合には、歩道の長さ無限大 ($L = \infty$) まで考慮に入れた利得関数を導き出すことができる。その導出過程を以下に示す。

今、 $X = \delta A$ とおくと、正方行列 X の要素は、 $[0, 1)$ の範囲の値となり、 $X^\infty = 0$ (零行列) となるので、式 (7) が成立する。ただし、 I は単位行列とする。

$$(I - X)(I + X + X^2 + X^3 + \dots + X^\infty) = I \quad (7)$$

ここで、もし $I - X \neq 0$ ならば、式 (7) は、式 (8) の様に変形できる。

$$X + X^2 + X^3 + \dots + X^\infty = (I - X)^{-1} - I \quad (8)$$

上式を利用して式 (6) を変形すると、歩道の長さ無限大まで考慮に入れたプレイヤーの利得関数は、式 (9) で表わすことができる。

$$u_i^\infty(G) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{|V|} \delta^l w_j A_{ij}^l = \sum_{j=1}^{|V|} w_j \{ (I - \delta A)^{-1}_{ij} - I_{ij} \} \quad (9)$$

次に、ネットワーク全体の利得関数であるが、リンク形成費用および維持費用 c を考慮に入れると式 (10) となる。

$$u_{net}(G) = \sum_{i=1}^{|V|} u_i^L(G) - \sum_{ij \in E} c_{ij} \quad (10)$$

以上をまとめると、経済ネットワークデザイン問題とは、予算 C の制約下で、式 (10) を最大化するような、 $|V|$ 個の頂点からなる完全グラフ K の部分グラフ G の探索問題である。つまり完全グラフ K の頂点と辺集合から、目的関数を最大化する部分集合を探す最適化問題の 1 種として捉えることができる。これを定式化すると式 (11) となる。

$$\max_{G \in K} u_{net}(G) \quad \text{Subject to} \quad \sum_{ij \in E} c_{ij} \leq C \quad (11)$$

ただし、 $G \in K$ は G が K の部分グラフであることを意味する。

4. 経済ネットワークデザイン問題の ACO による解法

経済ネットワークデザイン問題は 2 分割問題の 1 種である。標準的な AS は、TSP などの順列型の最適化問題に直接応用することができるが、組合せ型の最適化問題に応用する場合には、若干の修正が必要である。以下では、標準的な AS との対比で相違する部分に関して、簡単に説明する。

ACO によって経済ネットワーク設計問題を解く場合、完全グラフの辺上に人工アリエージェントはフェロモンを残す。これは、標準的な AS と同じである。大きな相違点は、TSP における距離の代わりに、任意の辺 $\langle ij \rangle$ に対し $\delta(w_i + w_j)/c_{ij}$ (利得/費用 (value-cost ratio)) を計算し用いる点と TSP を解くための AS では、人工アリエージェントは巡回路を生成するが、経済ネットワークデザイン問題の場合には、部分グラフを生成する点である。部分グラフの生成法であるが、制約が満たされる様、選択確率に従い辺を 1 辺 1 辺グラフに加える。選択確率は、そのフェロモン量と $\delta(w_i + w_j)/c_{ij}$ を用い、標準的な AS と同型の式で選択確率の計算を行う。

5. シミュレーション

本章では、第 4 章で提案したアルゴリズムを、仮想 16 都市の経済ネットワークデザイン問題に応用する。算出された最適ネットワークは、望ましい道州制の区割りや州都の候補地を求める手がかりとなることが期待される。

以下に、数値シミュレーションの設定を表 1、その結果を図 3 に示す。

表1 パラメータ L , δ , C の値と仮想都市データ w , c の値

$L=2$	$\delta=0.9$ C=完全グラフ形成可能予算															
都市	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
w	17.5	5.8	4.2	2.8	4.4	3.5	5.2	2.7	3.6	4.7	2.4	2.0	2.5	7.1	11.0	5.6

c_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		38.0	57.0	22.8	60.8	110.2	106.4	216.6	193.8	235.6	228.0	209.0	212.8	171.0	110.2	60.8
2			72.2	38.0	76.0	72.2	68.4	258.4	235.6	277.4	269.8	250.8	254.6	212.8	152.0	102.6
3				34.2	95.0	144.4	140.6	277.4	250.8	296.4	285.0	266.0	269.8	228.0	167.2	117.8
4					57.0	110.2	106.4	243.2	216.6	262.2	250.8	231.8	235.6	193.8	133.0	83.6
5						148.2	144.4	277.4	254.6	296.4	288.8	269.8	273.6	231.8	171.0	121.6
6							57.0	330.6	304.0	349.6	338.2	323.0	326.8	281.2	220.4	171.0
7								326.8	300.2	345.8	334.4	281.2	285.0	277.4	220.4	171.0
8									26.6	79.8	68.4	110.2	114.0	53.2	110.2	155.8
9										60.8	53.2	87.4	91.2	30.4	83.6	133.0
10											60.8	129.2	133.0	72.2	129.2	178.6
11												121.6	125.4	64.6	117.8	167.2
12													76.0	64.6	114.0	152.0
13														68.4	114.0	152.0
14															60.8	110.2
15																49.4
16																

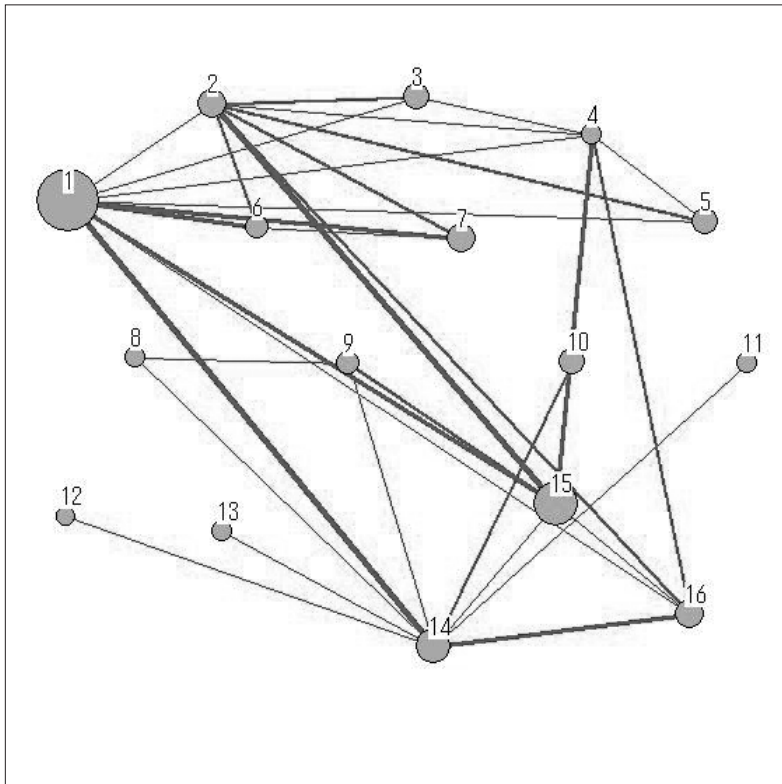


図3 仮想16都市の経済ネットワークの最適化

6. おわりに

今日、地方分権の議論が高まりを見せている中で注目されているのが道州制である。その大きな理由は中央集権の行き詰まりである。道州制とは、現在の都道府県制度を廃止し、いくつかの都道府県を合わせた規模の広域的な地方自治体を設置することである。そして、この地方政府によって、より地域の特性に合わせた細やかな政策を展開することが可能となる。現行の都道府県よりも広域な道州制のネットワークによって地域間の分業の利得が分配され、州全体の振興につながることを期待されている。

以上を背景に本研究では、まず、経済学的な観点から「経済ネットワークデザイン問題」を定式化して、その最適化問題を解決するためのACOを最適化エンジンとしたWindowsアプリケーションソフトウェアを開発した。さらに、望ましい道州制ネットワークを検討するための分析ツールとしての可能性を示すために、数値シミュレーションを実行した。

今後の課題としては、近年、地域間格差など様々な「格差」が社会的な問題となっていることを踏まえ、ネットワーク利得の最大化と都市間の格差の最小化の2つの目的関数を持った経済ネットワークデザイン最適化問題を考える予定である。

謝 辞

本研究を行うにあたって、熊本学園大学経済学部所属の坂上智哉教授には、経済学的な側面から多くの助言をいただいた。さらに熊本学園大学大学院経済学研究科博士課程に在籍の井上寛規君に

は、Windowsアプリケーション開発に協力してもらった。両氏に深く感謝いたします。また、本研究の一部は、熊本学園大学産業経営研究所の研究助成金(平成18, 19年度)による。

参考文献

- [1] Marco Dorigo, Luca Maria Gambardella, "Ant Colonies for The Traveling Salesman Problem", *BioSystems*, 43: 73-81, 1997.
- [2] Jackson, M. O., Wolinsky, A., "A Strategic Model of Social and Economic Networks", *Journal of Economic Theory* 71, pp44-74, 1996.
- [3] 坂上智哉, 加藤康彦, 宇野木広樹, "九州の最適ネットワークについて ネットワーク形成ゲーム理論による自治体統合問題のモデリングとシミュレーション", 『応用経済学研究』日本応用経済学会編, 勁草書房, 第1巻, pp73-88, 2007
- [4] Guillermo Leguizamon, Zbigniew Michalewicz, "A New Version of Ant System for Subset Problems", in *Proc. of the 1999 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 1459-1464.
- [5] Stefka Fidanova, "Evolutionary Algorithm for Multiple Knapsack Problem", *PPSNVII-Workshop 2002*.
- [6] Ines Alaya, Christine Solnon, Khaled Ghedira, "Ant Algorithm for The Multidimensional Knapsack Problem", *Academic Publishers*, 2002.
- [7] <http://www.tsp.gatech.edu> (Applegate, Bixby, Chvatal, and Cook solved a 13,509-city TSP instance in 1988)

