ディスクロージャーは
インサイダーの利益を減少させるか?

小　谷　　　学

1．はじめに

投資家の中には，証券発行企業の情報に通じた情報優位者と，それ以外の情報劣位にある人々がいる。Lev (1988) は，財務報告の重要な目的を，証券市場における情報の非対称性や不公平性を緩和することにあるとした。多くの会計研究者は一般的に，ディスクロージャーが充実するほど，証券市場における情報格差は埋まると考えている。特に，ディスクロージャーの質の向上によって，情報優位者の優位性が損なわれ，その厚生は低下すると考えられているようである*1。しかしながら，ディスクロージャーの質が向上するにつれて，本当にインサイダー等の情報優位者の利益は減少すると言えるであろうか。本研究の目的は，マイクロストラクチャー・モデルを用いて，この見解の妥当性を明らかにすることである。

本研究では Kyle (1985) をもとに, 情報トレーダー，流動性トレーダー，およびマーケット・メーカーの３者のプレイヤーからなる１期間モデルを考える。具体的には，情報トレーダーはリスク中立的であり，リスク資産の清算価値に関して完全な情報を有している。彼はこの情報と，一般に利用可能な公的情報を考慮したうえで，期待利得を最大化するように発注量を決定する。一方，流動性トレーダーは公的情報を観察したうえで，自らの流動性需要に応じて発注量を決定する。最後に，マーケット・メーカーは，公的情報を観察したうえで，情報トレーダーと流動性トレーダーからのネットの注文量を吸収するように，資産価格を決定する。このような設定のもと，本研究では均衡を構成する線形戦略を導出した。

分析により判明した最も顕著な点は，以下のとおりである。すなわち，流動性トレーダーのリスク中立性を想定した場合は，公的情報の精度が上昇するにしたがって，情報トレーダーの情報優位性は低下して，彼の期待利得は減少する。しかしながら，流動性トレーダーのリスク回避性を想定した場合には，正反対に情報トレーダーの期待利益は増加するのである。後者のような現象が生じるのは，次のような理由による。すなわち，公的情報の精度が上昇するほど，情報トレーダーの情報優位性は減少するものの，一方で流動性トレーダーが直面する不確実性は低下する。その結果，リスク回避的な流動性トレーダーはより積極的に取引を行うようになり，流動性トレーダーの取引増加に伴って，情報トレーダーは彼との取引から利益を得るのである。以上のように，流動性トレーダーのリスクに対する選好をどう仮定するかによって，得られる結論は大きく変わる。本研究は，ディスクロージャーの充実がインサイダー等の情報優位者を利する場合がありうるという，反直観的な結果を提示している。

本研究と関連する先行研究には次のものがある。Diamond (1985) は，合理的期待均衡モデ

*1　例えば，Verrecchia (2001) は，このような見方を分別のある考え方（sensible notion）としている。

ルをもとに，公的情報の開示とトレーダーによる情報取得の意思決定を分析した。その結果，全てのトレーダーの期待利得を改善させるような公的情報の開示政策が存在することが明らかとなった。Bushman and Indjejikian (1995) は，Kyle (1985) をもとに，１人のインサイダー，複数の情報トレーダー，および流動性トレーダーからなるモデルを構築した。分析の結果，公的情報の開示はインサイダーの情報優位性を低下させるものの，情報トレーダーの取引動機を弱め，結果的にインサイダーの厚生を高める可能性があることを指摘した。また，Mendelson and Tunca (2004) は，Kyle (1985) をもとに，リスク回避的な流動性トレーダーが証券のリスクを考慮したうえで内生的に発注量を決定するフレームワークを用いて，情報トレーダーによる情報開示が彼自身に正の影響を与えることを明らかにした。Han et al. (2016) は，合理的期待均衡モデルをもとに，流動性トレーダーが市場への参加と発注量を内生的に決定するモデルを構築した。分析の結果，公的情報の精度が高くなるほど，情報の非対称性が緩和されて市場の流動性は上昇するが，一方で流動性トレーダーによる取引が増加して証券価格の情報効率性は低下することを明らかにした。

先行研究のうち，本研究と最も関連が深い研究は，Han et al. (2016) であるが，彼らの研究と本研究の主な相違は，以下の点にある。第１に，Han et al. (2016) は合理的期待均衡モデルをもとに，各プレイヤーをプライス・テイカーと見ているのに対し，本研究は Kyle (1985) の不完全競争モデルを基にしており，各プレイヤーの戦略性を考慮している。第２に，Han et al. (2016) は流動性トレーダーのリスク中立性を想定しているのに対し，本研究はリスク回避性を仮定している。第３に，Han et al. (2016) では情報トレーダーの厚生について分析されていないのに対し，本研究ではそれに焦点を当てている。

本研究の構成は，以下のとおりである。第２節ではモデルの基本的な設定について述べる。第３節では，ベンチマークとして，流動性トレーダーがリスク中立的な場合について説明する。第４節では，対照的に流動性トレーダーがリスク回避的な場合について述べる。第５節は結論である。

２．モデルの設定

本研究のモデルでは，無リスク資産とリスク資産が存在しているとする。簡単化のため，無リスク利子率はゼロとする。リスク資産の清算価値 $\tilde{d}$ は次のような確率分布に従うとする。

$$\tilde{d} \sim N(\bar{d}, \sigma_d^2) \tag{1}$$

本研究では，時点０，１，２の３つの時点があるとする。時点０ではリスク資産の清算価値 $\tilde{d}$ の実現値 d が決まる。次の時点１では，$\tilde{d}$ に関する公的情報 $\tilde{y}$ が公開される。ここに，

$$\tilde{y} = \tilde{d} + \tilde{\epsilon}_y,\ \tilde{\epsilon}_y \sim N(0, \sigma_y^2) \tag{2}$$

であるとする。なお，$\tilde{d}$ と $\tilde{\epsilon}_y$ は相互に独立に分布する。そして，このリスク資産は時点１において価格 p で取引された後，時点２で清算価値 d が配当されるとする。

このゲームは，１人の情報トレーダー，１人のマーケット・メーカー，および１人の流動性トレーダーから構成される。情報トレーダーはリスク中立的であり，時点０において $\tilde{d}$ の実現値 d を観察するものとする。彼はこの d と時点１で公開される公的情報 y を考慮して，時点１において発注量 a を決定する。

次に，流動性トレーダーは実現値 d を知ることはできないが，公的情報 y については観察することができる。彼は時点１において y を観察した後，発注量 u を決定する。なお，本研究の主眼は流動性トレーダーがリスク回避的なケースを分析することにあるが，ベンチマークとして第３節でリスク中立的なケースを考察する。

最後に，マーケット・メーカーはリスク中立

的であり，完全競争にさらされているとする。彼も流動性トレーダーと同様に，実現値 d については知り得ないものの，公的情報 y については入手することができる。彼は時点１において観察した y とネットの発注量をもとに，価格 p を設定する。

ゲームの流れは次のとおりである。時点１において情報トレーダーは a の注文を，流動性トレーダーは u の注文を出す。マーケット・メーカーは a と u のネットの発注量を観察したうえで，それを吸収するように価格 p を設定する。以下では，ネットの発注量について q で表す。つまり，

$$q = a + u \tag{3}$$

とおく。なお，本研究のモデルにおいて，$\tilde{d}$ および $\tilde{y}$ の確率分布と実現値 y は，プレイヤー間の共有知識であるとしている。また，その他のパラメータについては，随時述べることとする。

３． 流動性トレーダーがリスク中立的なケース

3.1 均衡

本節ではベンチマークとして，流動性トレーダーがリスク中立的で，無作為に発注するケースを考える。この場合，流動性トレーダーは公的情報 y を観察するものの，この情報を考慮することなく，発注量 u_N を以下の様にランダムに決定する[*2]。なお，添え字の N はリスク中立（neutral）の頭文字を表している。

$$\tilde{u}_N \sim N(0, \sigma_u^2) \tag{4}$$

$\tilde{u}_N$ の確率分布は，全てのプレイヤーの共有知識であるとする。

流動性トレーダーがリスク中立的な場合のゲームの均衡は，以下のような発注戦略 a_N および価格形成ルール p_N である。

１．a_N は以下の最大化問題の解である。

$$\max_{a_N} E[(d - \tilde{p}_N)a_N | \omega_I] \tag{5}$$

ここに，ω_I は情報トレーダーの情報集合であり，$\omega_I = \{d, y\}$ である。

２．p_N は $\tilde{d}$ に関するマーケット・メーカーの条件付期待値に等しい。

$$p_N = E[\tilde{d} | \omega_M] \tag{6}$$

ここに，ω_M はマーケット・メーカーの情報集合であり，$\omega_M = \{y, q_N\}$ である。

以下では，線形戦略による均衡を求めるために，情報トレーダーの発注戦略，およびマーケット・メーカーの価格設定ルールについて，次のように想定する。

- 情報トレーダーの発注戦略

$$a_N = \beta_N (d - E(\tilde{d} | \tilde{y})) \tag{7}$$

- マーケット・メーカーの価格設定ルール

$$p_N = E(\tilde{d} | \tilde{y}) + \lambda_N \tilde{q}_N \tag{8}$$

(7)式の解釈は以下のとおりである。すなわち，情報トレーダーは清算価値の実現値 d を知っているため，マーケット・メーカーが抱く期待 $E(\tilde{d}|\tilde{y})$ との差 $d - E(\tilde{d}|\tilde{y})$ に基づいて注文を出すであろう。パラメータ β_N は，売買の積極性の程度を捉えている。また，(8)式の解釈は以下のとおりである。すなわち，マーケット・メーカーは公的情報 y とネットの発注量 q_N の２つを考慮して価格設定を行うであろう。パラメータ λ_N は，発注量に対する価格の感応度を表している。これらの線形戦略を仮定すると，以下の結果が得られる。

（命題１）

均衡における情報トレーダーの発注戦略，お

[*2] Han et al. (2016) でも，このような流動性トレーダーを想定している。

よびマーケット・メーカーの価格設定ルールは以下のとおりである。

$$a_N = \beta_N \left(d - E(\tilde{d}|\tilde{y})\right) \tag{9}$$

$$p_N = E(\tilde{d}|\tilde{y}) + \lambda_N \tilde{q}_N \tag{10}$$

ここに，それぞれのパラメータは以下のとおりである。

$$\beta_N = \Sigma_0^{-\frac{1}{2}} \sigma_u \tag{11}$$

$$\lambda_N = \frac{1}{2} \Sigma_0^{\frac{1}{2}} \sigma_u^{-1} \tag{12}$$

なお，

$$\begin{aligned} \Sigma_0 &:= Var(\tilde{d}|\tilde{y}) \\ &= E\left[\left(d - E(\tilde{d}|\tilde{y})\right)^2\right] \\ &= \frac{\sigma_d^2 \sigma_y^2}{\sigma_d^2 + \sigma_y^2} \end{aligned} \tag{13}$$

と定義している。

（証明）

補遺を参照。

命題１の結果から，２つの特徴を読み取ることができる。第１に，$\beta_N > 0$ であることから，情報トレーダーは時点１において，リスク資産の価値 d が公的情報に基づく期待値 $E(\tilde{d}|\tilde{y})$ を上回る（下回る）ときに買い（売り）注文を出す。第2 に，$\lambda_N > 0$ となることから，公的情報に基づく期待値 $(\tilde{d}|\tilde{y})$ を所与として，合計発注量 q_N が多いほど，マーケット・メーカーは価格 p_N を高く設定する。

3.2 比較静学

本節では証券市場における複数の指標に対して，公的情報の精度がどのような影響を及ぼすかという点について考察を行う。その前に，補題を示しておく。

（補題１）

変数 β_N，λ_N，および Σ_0 に関して，以下が成り立つ。

$$\frac{\partial \beta_N}{\partial \Sigma_0} = -\frac{1}{2} \Sigma_0^{-\frac{3}{2}} \sigma_u < 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial \lambda_N}{\partial \Sigma_0} = \frac{1}{4} \Sigma_0^{-\frac{1}{2}} \sigma_u^{-1} > 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \sigma_y} = \frac{2\sigma_d^4 \sigma_y}{\left(\sigma_d^2 + \sigma_y^2\right)^2} > 0 \tag{16}$$

（証明）

命題１で得られた(11)，(12)，および(13)式について，Σ_0 または σ_y で偏微分すればよい。

（証明終わり）

(13)式で定義される Σ_0 は，公的情報 y を観察したマーケット・メーカーが直面する，資産価値の不確実性を意味している。一方，情報トレーダーは実現値 d を知ることができるため，彼にとって資産価値に関する不確実性は存在しない。したがって，Σ_0 は情報トレーダーとマーケット・メーカーの間における，情報の非対称性を表す尺度と解釈できる。

補題１からわかるように，Σ_0 の変化は情報トレーダーとマーケット・メーカーの行動に影響を及ぼす。具体的に言うと，Σ_0 が増加すると，(14)式のとおり売買の積極性 β_N は低下する一方，(15)式のとおり価格の感応度 λ_N は上昇する。また，(16)式のとおり公的情報のノイズの大きさを表す σ_y が増加するほど，Σ_0 も増加する。これらに基づいて，各指標について考察する。

3.2.1 市場の流動性

マーケット・メーカーは(10)式のとおり，ネットの発注量 q_N に対する資産価格の感応度 λ_N を決定する。つまり λ_N は価格へのインパクトを表す指標であり，λ_N が大きいほど，市場の流動性は低くなるとみられている。公的情報の精度が λ_N にどのような影響を与えるかを知るために，λ_N を σ_y で偏微分する。補題１の結果より，以下が容易に確かめられる。

$$\frac{\partial \lambda_N}{\partial \sigma_y}=\frac{\partial \lambda_N}{\partial \Sigma_0}\cdot\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \sigma_y}>0 \tag{17}$$

このように，σ_y が増加するほど λ_N は増加する。このことは以下のように解釈できる。すなわち，公的情報のノイズ σ_y が大きくなるほど情報の非対称性 Σ_0 は拡大するため，マーケット・メーカーは情報の非対称性の増加を受けて，価格の感応度 λ_N を上昇させて自らを防衛するのである。以上から，公的情報の精度が σ_y^2 の逆数であることを前提とすれば，公的情報の精度が上昇するほど，市場の流動性は高まると言うことができる。

3.2.2 情報トレーダーの積極性

情報トレーダーは(9)式のとおり，売買の積極性 β_N を決定する。公的情報の精度が β_N にどのような影響を与えるかを知るために，β_N を σ_y で偏微分する。補題1の結果を利用すると，以下が得られる。

$$\frac{\partial \beta_N}{\partial \sigma_y}=\frac{\partial \beta_N}{\partial \Sigma_0}\cdot\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \sigma_y}<0 \tag{18}$$

このように，σ_y が増加するほど β_N は低下する。これは次のような理由による。つまり，公的情報のノイズ σ_y が大きくなるほど，先述したようにマーケット・メーカーは価格の感応度 λ_N を上昇させていた。λ_N が高まるほど，情報トレーダーの発注によって資産価格は上昇してしまい，結果的に彼の利得を減少させることになる。したがって，彼は売買の積極性 β_N を低下させて，発注量を低く抑えるのである。以上から，公的情報の精度が σ_y^2 の逆数であることを前提とすれば，公的情報の精度が上昇するほど，情報トレーダーの積極性は高まると言うことができる。

3.2.3 価格の情報効率性

リスク資産価格の情報効率性とは，資産価格が具備する情報提供能力を表す指標である。本研究では情報効率性を $1/Var(\tilde{d}|\tilde{p}_N)$ で定義しこれを ψ_N で表すことにする*3。ψ_N は以下のようにして導出できる。まず，清算価値と価格のベクトル $[\tilde{d},\tilde{p}_N]^T$ は，以下のような2変量正規分布に従う。すなわち，

$$\begin{bmatrix}\tilde{d}\\ \tilde{p}_N\end{bmatrix}\sim N\left(\begin{bmatrix}E(\tilde{d}|\tilde{y})\\ E(\tilde{d}|\tilde{y})\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\Sigma_0 & \lambda_N\beta_N\Sigma_0\\ \lambda_N\beta_N\Sigma_0 & \lambda_N^2\left(\beta_N^2\Sigma_0+\sigma_u^2\right)\end{bmatrix}\right) \tag{19}$$

である。射影定理を用いれば，条件付分散 $Var(\tilde{d}|\tilde{p}_N)$ は以下のように表すことができる*4。

$$\begin{aligned}Var(\tilde{d}|\tilde{p}_N)&=\Sigma_0-\frac{\lambda_N^2\beta_N^2\Sigma_0^2}{\lambda_N^2\beta_N^2\Sigma_0+\lambda_N^2\sigma_u^2}\\ &=\frac{\sigma_u^2}{\beta_N^2\Sigma_0+\sigma_u^2}\Sigma_0\end{aligned} \tag{20}$$

したがって，価格の情報効率性 ψ_N は，

$$\begin{aligned}\psi_N&:=\frac{1}{Var(\tilde{d}|\tilde{p}_N)}\\ &=\beta_N^2\sigma_u^{-2}+\Sigma_0^{-1}\\ &=2\Sigma_0^{-1}\end{aligned} \tag{21}$$

と書ける。なお，上の展開では(11)式を用いている。よって，以下が成り立つ。

$$\frac{\partial \psi_N}{\partial \sigma_y}=-2\Sigma_0^{-2}\cdot\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \sigma_y}<0 \tag{22}$$

このように，公的情報のノイズ σ_y が大きくなるほど ψ_N は低下する。つまり，精度の低い公的情報は，価格の情報提供能力にマイナスに働くのである。換言すれば，公的情報の精度が上昇するほど，価格の情報効率性 ψ_N は向上することになる。

3.2.4 情報トレーダーの期待利益

情報トレーダーの期待利益 $E[\tilde{\Pi}_N|\omega_I]$ は，以

*3 この定義は，Goldstein and Yang (2017) と同じである。
*4 射影定理については，例えば Brunnermeier (2001) の12頁を参照。

下のように表される。

$$\begin{aligned} E[\tilde{\Pi}_N|\omega_I] &= E\left[(d-\tilde{p}_N)\,a_N|\omega_I\right] \\ &= \beta_N(1-\lambda_N\beta_N)\,E\left[\{d-E(\tilde{d}|\tilde{y})\}^2\right] \\ &= \frac{\beta_N}{2}\Sigma_0 \\ &= \frac{1}{2}\Sigma_0^{\frac{1}{2}}\sigma_u \end{aligned} \tag{23}$$

上の展開では，(11)式と(12)式を用いている。なお，以下では記号の簡略化のために，$E[\tilde{\Pi}_N|\omega_I]$ を $E\Pi_N$ と表記する。上の式から一見して明らかなように，$E\Pi_N > 0$ である。このように期待利益が正となる理由は，情報劣位にある流動性トレーダーとの取引から利益を得るためである。さて，公的情報の精度が変化すると，期待利益 $E\Pi_N$ はどのような影響を受けるであろうか。$E\Pi_N$ を σ_y で偏微分すると，以下を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathrm{E}\Pi_N}{\partial\sigma_y} &= \frac{\partial \mathrm{E}\Pi_N}{\partial\Sigma_0}\cdot\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y} \\ &= \frac{1}{4}\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\,\sigma_u\cdot\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y} > 0 \end{aligned} \tag{24}$$

このように，公的情報のノイズが大きくなるほど，情報トレーダーの期待利益は増加する。すなわち，公的情報のノイズが増すほど，情報の非対称性 Σ_0 は増加して情報トレーダーの情報優位性を高め，それが彼の期待利益の上昇につながるのである。言い換えれば，公的情報の精度が上昇するほど，情報トレーダーの期待利益は低下すると言える。

3.2.5 流動性トレーダーの期待効用

公的情報の精度が高くなると，流動性トレーダーの期待効用はどのように変化するであろうか。流動性トレーダーの期待効用 $E[\tilde{U}_N|\omega_L]$ を求めると，以下のようになる。ここに ω_L は流動性トレーダーの情報集合であり，$\omega_L = \{y\}$ である。

$$\begin{aligned} E[\tilde{U}_N|\omega_L] &= E\left[(d-\tilde{p}_N)\tilde{u}_N|\omega_L\right] \\ &= E\left[\{d-E(\tilde{d}|\tilde{y})-\lambda_N\tilde{q}_N\}\tilde{u}_N|\omega_L\right] \\ &= -\lambda_N\sigma_u^2 \end{aligned} \tag{25}$$

このように流動性トレーダーの期待効用が負になるのは，情報優位にある情報トレーダーとの取引から損失を被るからである。なお，以下では記号の簡略化のために，$E[\tilde{U}_N|\omega_L]$ を EU_N と表記する。期待効用 EU_N を σ_y で偏微分すると，以下を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial EU_N}{\partial\sigma_y} &= \frac{\partial EU_N}{\partial\Sigma_0}\cdot\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y} \\ &= \left(\frac{\partial EU_N}{\partial\lambda_N}\cdot\frac{\partial\lambda_N}{\partial\Sigma_0}\right)\cdot\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y} \\ &= -\sigma_u^2\cdot\frac{\partial\lambda_N}{\partial\Sigma_0}\cdot\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y} < 0 \end{aligned} \tag{26}$$

上式から，公的情報のノイズ σ_y が増加するほど流動性トレーダーの期待効用が低下してゆくメカニズムがわかる。つまり，σ_y の増加は，情報の非対称性 Σ_0 を通じて価格の感応度 λ_N の上昇につながる。これが流動性トレーダーの期待効用を低下させるのである。言い換えれば，公的情報の精度が高くなると，流動性トレーダーの厚生は改善する。

以上，本節の結果から次のことが言える。つまり，リスク中立的な流動性トレーダーを前提とした場合には，公的情報の精度が高まるほど，情報トレーダーの期待利得は低下する一方，流動性トレーダーの期待効用は改善する。端的に言うなら，リスク中立的な流動性トレーダーを前提とする限り，ディスクロージャーの改善には情報優位者と情報劣位者の所得格差を緩和する効果がある。

4. 流動性トレーダーがリスク回避的なケース

4.1 均衡

前節ではベンチマークとして流動性トレーダーがリスク中立的なケースを考察したが，本節ではリスク回避的な流動性トレーダーを前提

とした分析を行う。本節の流動性トレーダーは，Mendelson and Tunca (2004) で想定されたような行動原理に従うとしよう。つまり，リスク資産の清算価値が d のとき，その資産に対する彼の主観的な評価額は $d+n$ であるとする。ここに $\tilde{n}$ は時点0に実現する確率変数で，

$$\tilde{n} \sim \mathrm{N}(0, \sigma_n^2) \tag{27}$$

に従うこととする。n の値が大きい（小さい）とき，その資産に対する彼の主観的評価は高くなり（低くなり），より多くの買い注文（売り注文）を出すのである*5。$\tilde{n}$ の確率分布は全てのプレイヤーの共有知識であるが，$\tilde{n}$ の実現値 n については流動性トレーダーだけが観察可能であり，他のプレイヤーは観察不可であるとする。

流動性トレーダーの効用関数は，絶対的リスク回避度が一定の形状をしているとする。すなわち，ω'_L を流動性トレーダーの情報集合とし，危険回避度を γ（$\gamma > 0$）とすると，彼の期待効用 $E[\tilde{U}_A|\omega'_L]$ は，以下のように表すことができる。

$$E[\tilde{U}_A|\omega'_L] = -E[exp(-\gamma\tilde{z})|\omega'_L] \tag{28}$$

ここに，添え字の A はリスク回避（averse）を表している。また，z は第2時点における富に対する流動性トレーダーの主観的評価額であるとする。

（均衡の定義）

本節における均衡は，以下のような発注戦略 a_A および u_A と，価格形成ルール p_A である。

1．a_A は以下の最大化問題の解である。

$$\max_{a_A} E[(d-\tilde{p}_A)a_A|\omega'_I] \tag{29}$$

ここに，ω'_I は情報トレーダーの情報集合であり，$\omega'_L = \{y, n\}$である。なお情報トレーダーの情報集合 ω'_I は前節で用いた ω_I と同一内容であるが，前節の表記との対称性を重視して，本節では ω'_I という記号を用いることにする。

2．u_A は以下の最大化問題の解である。

$$\max_{u_A} E[\tilde{U}_A|\omega'_L] \tag{30}$$

先述したとおり ω'_L は流動性トレーダーの情報集合であり，$\omega'_L = \{y, n\}$ である。

3．p_A は d に関するマーケット・メーカーの条件付期待値に等しい。

$$p_A = E[\tilde{d}|\omega'_M] \tag{31}$$

ここに，ω'_Mはマーケット・メーカーの情報集合であり，$\omega'_M = \{y, q_A\}$ である。

以下では，線形戦略による均衡を求めるために，情報トレーダーの発注戦略，流動性トレーダーの発注戦略，およびマーケット・メーカーの価格設定ルールについて，次のように想定する。

- 情報トレーダーの発注戦略

$$a_A = \beta_A(d - E(\tilde{d}|\tilde{y})) \tag{32}$$

- 流動性トレーダーの発注戦略

$$u_A = \kappa\tilde{n} \tag{33}$$

- マーケット・メーカーの価格設定ルール

$$p_A = E(\tilde{d}|\tilde{y}) + \lambda_A\tilde{q}_A \tag{34}$$

(32)式と(34)式の解釈は前節と同じであるため説明を省略する。(33)式は，流動性トレーダーの発注量が，資産価値に対する主観的評価に依存して決まることを表している。具体的には，パラメータ κ は発注の積極性の程度を捉える変数である。以上から，次の命題が得られる。

（命題２）

均衡における情報トレーダーと流動性トレーダーの発注戦略，およびマーケット・メーカー

*5　n の絶対値 $|n|$ は即時決済に対する流動性トレーダーの要求の強さであると解釈することもできる。

の価格設定ルールは以下のとおりである。

$$a_A = \beta_A\left(d - E(\tilde{d}|\tilde{y})\right) \tag{35}$$

$$u_A = \kappa\tilde{n} \tag{36}$$

$$p_A = E(\tilde{d}|\tilde{y}) + \lambda_A\tilde{q}_A \tag{37}$$

ここに，それぞれのパラメータは以下のとおりである。

$$\beta_A = \frac{4\left(\sigma_n - \Sigma_0^{\frac{1}{2}}\right)}{\gamma\Sigma_0^{\frac{3}{2}}} \tag{38}$$

$$\kappa = \frac{4\left(\sigma_n - \Sigma_0^{\frac{1}{2}}\right)}{\gamma\sigma_n\Sigma_0} \tag{39}$$

$$\lambda_A = \frac{\gamma\Sigma_0^{\frac{3}{2}}}{8\left(\sigma_n - \Sigma_0^{\frac{1}{2}}\right)} \tag{40}$$

なお， $\sigma_n - \Sigma_0^{\frac{1}{2}} > 0$ とする。

（証明）

補遺を参照。

命題２の結果について，以下の３つの特徴が指摘されよう。第１に，$\beta_A > 0$ であることから，情報トレーダーは時点１において，リスク資産の価値 d が公的情報に基づく期待値 $E(\tilde{d}|\tilde{y})$ を上回る（下回る）ときに買い（売り）注文を出す。第２に， $\lambda_A > 0$ となることから，公的情報に基づく期待値 $E(\tilde{d}|\tilde{y})$ を所与として，合計発注量 q_A が多いほど，マーケット・メーカーは価格 p_A を高く設定する。これらの点は，前節の結果と変わらない。第３の特徴は，$\kappa > 0$ となることからわかるように，流動性トレーダーは主観的評価額が正（負）のときは買い（売り）注文を出すという点である。なお $\sigma_n - \Sigma_0^{\frac{1}{2}} > 0$ という仮定は，情報の非対称性の大きさに比べて，流動性トレーダーによる評価のばらつきが相対的に大きいことを表している。このような条件が満たされない場合には，売買取引が行われないため均衡は成立しない。本研究ではこの仮定が満たされるものとする。

4.2 比較静学

以下では，公的情報の精度がもたらす影響に関して考察を行う。その前に，以下の補題を示しておく。

（補題２）

変数 β_A，κ，および λ_A に関して，以下が成り立つ。

$$\frac{\partial\beta_A}{\partial\Sigma_0} = -\frac{6\left(\sigma_n - \frac{2}{3}\Sigma_0^{\frac{1}{2}}\right)}{\gamma\Sigma_0^{\frac{5}{2}}} < 0 \tag{41}$$

$$\frac{\partial\kappa}{\partial\Sigma_0} = -\frac{4\Sigma_0^{\frac{1}{2}}\left(\sigma_n - \frac{1}{2}\Sigma_0^{\frac{1}{2}}\right)}{\gamma\Sigma_0^{\frac{5}{2}}\sigma_n} < 0 \tag{42}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\lambda_A}{\partial\Sigma_0} &= \frac{1}{2}\frac{\partial(\beta_A^{-1})}{\partial\beta_A}\cdot\frac{\partial\beta_A}{\partial\Sigma_0}\\ &= -\frac{1}{2}\beta_A^{-2}\frac{\partial\beta_A}{\partial\Sigma_0} > 0\end{aligned} \tag{43}$$

（証明）

(41)式と(42)式は各変数を Σ_0 で偏微分すればただちに導ける。(43)式の導出にあたっては，補遺の(60)式に基づいて， $\lambda_A\beta_A = 1/2$ より $\lambda_A = \beta_A^{-1}/2$ と変形できることを利用した。（証明終わり）

補題２からわかるように，Σ_0 の変化は情報トレーダー，流動性トレーダー，およびマーケット・メーカーの行動に影響を及ぼす。具体的に言うと，Σ_0 が増加すると，(41)式のとおり売買の積極性 β_A は低下する一方，(43)式のとおり価格の感応度 λ_A は上昇する。これらの結果については，リスク中立的な流動性トレーダーを前提とした前節の結果と変わらない。一方で(42)式から，リスク回避的な流動性トレーダーは Σ_0 が増加するほど発注に消極的になることが分かる。これらに基づいて，各指標について考察する。

4.2.1 市場の流動性

公的情報の精度が λ_A にどのような影響を与えるかを知るために，λ_A を σ_y で偏微分する。補題１と補題２の結果を利用すれば，以下が容易に確かめられる。

$$\frac{\partial\lambda_A}{\partial\sigma_y}=\frac{\partial\lambda_A}{\partial\Sigma_0}\cdot\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y}>0 \tag{44}$$

このように，σ_y が増加するほど λ_A は増加する。この点は，流動性トレーダーのリスク中立性を前提とした前節の結果と変わらない。上の結果は以下のように解釈できる。すなわち，公的情報のノイズ σ_y が大きくなるほど情報の非対称性 Σ_0 は拡大するため，マーケット・メーカーは情報の非対称性の増加を受けて，価格の感応度 λ_A を上昇させて防衛するのである。以上のように，公的情報の精度が σ_y^2 の逆数であることを前提とすれば，公的情報の精度が上昇するほど市場の流動性は高まると言うことができる。

4.2.2 情報トレーダーの積極性

公的情報の精度が β_A にどのような影響を与えるかを知るために，β_A を σ_y で偏微分する。補題１と補題２を利用すると，以下のとおりとなる。

$$\frac{\partial\beta_A}{\partial\sigma_y}=\frac{\partial\beta_A}{\partial\Sigma_0}\cdot\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y}<0 \tag{45}$$

このように，σ_y が増加するほど β_A は低下する。この点も前節の結果と変わらない。公的情報のノイズ σ_y が大きくなるほど，マーケット・メーカーは価格の感応度 λ_A を上昇させるため，情報トレーダーは β_A を低下させて，発注量を低く抑えるのである。以上から，公的情報の精度が σ_y^2 の逆数であることを前提とすれば，公的情報の精度が上昇するほど情報トレーダーの積極性は高まると言うことができる。

4.2.3 価格の情報効率性

リスク資産価格の情報効率性を $1/Var(\tilde{d}|\tilde{p}_A)$ で定義し，これを ψ_A で表すことにする。ψ_A は以下のようにして導出できる。まず，清算価値と価格のベクトル $[\tilde{d},\tilde{p}_A]^T$ は，以下のような２変量正規分布に従う。

$$\begin{bmatrix}\tilde{d}\\ \tilde{p}_A\end{bmatrix}\sim N\left(\begin{bmatrix}E(\tilde{d}|\tilde{y})\\ E(\tilde{d}|\tilde{y})\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\Sigma_0 & \lambda_A\beta_A\Sigma_0\\ \lambda_A\beta_A\Sigma_0 & \lambda_A^2(\beta_A^2\Sigma_0+\kappa^2\sigma_n^2)\end{bmatrix}\right) \tag{46}$$

射影定理を用いれば，条件付分散 $Var(\tilde{d}|\tilde{p}_A)$ は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}Var(\tilde{d}|\tilde{p}_A)&=\Sigma_0-\frac{\lambda_A^2\beta_A^2\Sigma_0^2}{\lambda_A^2\beta_A^2\Sigma_0+\lambda_A^2\kappa^2\sigma_n^2}\\&=\frac{\kappa^2\sigma_n^2}{\beta_A^2\Sigma_0+\kappa^2\sigma_n^2}\Sigma_0\end{aligned} \tag{47}$$

以上より，価格の情報効率性を $1/Var(\tilde{d}|\tilde{p}_A)$ で定義し ψ_A と置くと，次のように書ける。

$$\begin{aligned}\psi_A&:=\frac{1}{Var(\tilde{d}|\tilde{p}_A)}\\&=\left(\frac{\beta_A}{\kappa}\right)^2\cdot\frac{1}{\sigma_n^2}+\Sigma_0^{-1}\\&=2\Sigma_0^{-1}\end{aligned} \tag{48}$$

なお，上式の展開にあたっては，(38)式と(39)式の結果を用いている。以上から，

$$\frac{\partial\psi_A}{\partial\sigma_y}=-2\Sigma_0^{-2}\cdot\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y}<0 \tag{49}$$

が成り立つ。このように，σ_y が増えると，前節と同様，リスク資産価格の情報効率性は低下する。つまり，公的情報のノイズが大きいほど，流動性トレーダーは消極的になるとともに，マーケット・メーカーは価格の感応度を引き上げるため，情報トレーダーの積極性も低下する。その結果，資産価格に情報が織り込まれにくくなるのである。以上のことを言い換えると，公的情報の精度が上昇するほど，価格の情報効率性 ψ_A は向上することになる。

4.2.4 情報トレーダーの期待利益

情報トレーダーの期待利益 $E[\tilde{\Pi}_A|\omega_I']$ は，以下のように表される。

$$
\begin{aligned}
E[\tilde{\Pi}_A|\omega_I'] &= E\left[(d-\tilde{p}_A)\,a_A|\omega_I'\right] \\
&= \beta_A(1-\lambda_A\beta_A)E\left[(d-E(\tilde{d}|\tilde{y}))^2\right] \\
&= \frac{1}{2}\beta_A\Sigma_0
\end{aligned}
\tag{50}
$$

上の展開では，補遺の(60)式を用いている。上式から明らかなように， $E[\tilde{\Pi}_A|\omega_I']>0$ である。これは前節と同様に，情報劣位にある流動性トレーダーとの取引から利益を得るためと解釈される。なお，以下では記号の簡略化のために，$E[\tilde{\Pi}_A|\omega_I']$ を $E\Pi_A$ と表記する。さて，公的情報の精度の変化は $E\Pi_A$ にどのような影響を与えるであろうか。その点を明らかにするため，$E\Pi_A$ を σ_y で偏微分すると以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathrm{E}\Pi_A}{\partial\sigma_y} &= \frac{1}{2}\left(\underbrace{\beta_A\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y}}_{>0}+\underbrace{\frac{\partial\beta_A}{\partial\sigma_y}\Sigma_0}_{<0}\right) \\
&= \frac{1}{2}\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y}\left(\beta_A+\frac{\partial\beta_A}{\partial\Sigma_0}\Sigma_0\right) \\
&= -\frac{\partial\Sigma_0}{\partial\sigma_y}\cdot\frac{\sigma_n}{\gamma\Sigma_0^{\frac{3}{2}}}<0
\end{aligned}
\tag{51}
$$

上式から，公的情報のノイズの増加は情報トレーダーの期待利得に対して２通りに作用することがわかる。１つは公的情報の精度が低下することによる情報優位性の向上であり，$\beta_A\cdot\partial\Sigma_0/\partial\sigma_y$ として表される部分がそれに該当する。この情報優位性の向上により，期待利得は引き上げられることになる。いま１つは公的情報の精度が低下することによる積極性の低下であり， $\partial\beta_A/\partial\sigma_y\cdot\Sigma_0$ として表される部分がそれに該当する。この積極性の低下によって期待利得は引き下げられることになる。結局のところ，情報トレーダーの期待利得が上昇するか低下するかは，これら２つの作用の強弱に依存して決まるが，この場合は後者の作用の方が強いため， $E\Pi_A$ は低下するのである。言い換えると，公的情報の精度が上昇するほど，情報トレーダーの期待利得は向上すると言える。この点は前節の結果との顕著な相違であり，本研究の結果で最も重要な点である。一般的には，ディスクロージャーが充実するほど，情報の非対称性が縮小して，インサイダー等の情報優位者の利得は低下すると考えられている。前節で考察したように，流動性トレーダーについてリスク中立性を想定した場合には，それは正しい。しかしながら，ひとたび流動性トレーダーのリスク回避性を想定した場合には，この結論は反転する。すなわち，ディスクロージャーの充実は情報優位者にとって，向かい風になるのではなく，むしろ追い風となるという反直観的な結果が導かれるのである。

4.2.5 流動性トレーダーの期待効用

公的情報の精度が上昇すると，流動性トレーダーの期待効用 $E[\tilde{U}_A|\omega_L']$ は改善するだろうか。以下，記号の簡略化のために $E[\tilde{U}_A|\omega_L']$ を EU_A と表記すると，以下の系が成り立つ。

(系)

流動性トレーダーの期待効用 EU_A について，$\partial EU_A/\partial\sigma_y<0$ が成り立つ。

(証明)

補遺を参照。

このように，公的情報のノイズが増加するほど流動性トレーダーの期待効用は低下する。言い換えると，公的情報の精度が上昇すれば，流動性トレーダーの厚生は改善する。その理由は，公的情報の精度が高まるほど，流動性トレーダーが直面する不確実性が減少するためである。

以上，本節の結果から次のことが言える。つまり，リスク回避的な流動性トレーダーを想定した場合には，公的情報の精度が高まるほど，情報トレーダーの期待利得は高まるとともに，流動性トレーダーの期待効用も向上する。端的に言うと，リスク回避的な流動性トレーダーを前提とする限り，ディスクロージャーの改善は情報優位者と情報劣位者の双方の厚生を高める

効果がある。

5．おわりに

一般的には，ディスクロージャーの質が向上するほど，インサイダーの情報優位性は低下して彼らの利益は減少すると考えられている。本研究では情報トレーダー，流動性トレーダー，およびマーケット・メーカーの３者からなるマイクロストラクチャー・モデルを用いて，この見解の妥当性を明らかにした。分析により，以下の２点が明らかになった。第１に，流動性トレーダーについてリスク中立性を想定した場合は，公的情報の精度が上昇するにしたがって，情報トレーダーの期待利得は減少する。第２に，流動性トレーダーについてリスク回避性を想定した場合には，正反対に情報トレーダーの期待利益は増加する。以上のように，流動性トレーダーのリスクに対する選好をどう想定するかによって，得られる結論は大きく変わる。本研究は，ディスクロージャーの充実がインサイダー等の情報優位者を利する場合がありうるという，反直観的な結果を提示している。

なお，本研究では情報トレーダーの数を１名に固定して分析を行ったが，情報トレーダーに正の期待利益が生じるとき，長期的には複数の情報トレーダーが市場に参入を試みると考えられる。こうして発生する競争によって，情報トレーダーの期待利益は引き下げられる一方で，流動性トレーダーによる取引の活発化により，情報トレーダーの期待利得は引き上げられるであろう。このように２つの作用が働くことを考えると，情報トレーダーの競争が彼らの厚生に与える影響は，興味深い点であるように思われる。このような点を考察するためにも，今後は複数の情報トレーダーを想定した分析を行う必要があると考える。

参考文献

[1] Brunnermeier, M. 2001. *Asset Pricing under Asymmetric Information: Bubbles, Crashes, Technical Analysis, and Herding.* Oxford Univ. Press.

[2] Bushman, R. and R. Indjejikian. 1995. Voluntary Disclosures and Trading Behavior of Corporate Insiders. *Journal of Accounting Research* 33(2): 293-316.

[3] Diamond, D. 1985. Optimal Release of Information by Firms. *The Journal of Finance* 40(4): 1071-94.

[4] Goldstein, I. and L. Yang. 2017. Information Disclosure in Financial Markets. *Annual Review of Financial Economics* 9: 101-125.

[5] Han, B. Tang, Y. and L. Yang. 2016. Public Information and Uninformed Trading: Implications for Market Liquidity and Price Efficiency. *Journal of Economic Theory* 163: 604-643.

[6] Kyle, A. 1985. Continuous Auctions and Insider Trading. *Econometrica* 53(6): 1315-1335.

[7] Lev, B. 1988. Toward a Theory of Equitable and Efficient Accounting Policy. *The Accounting Review* 63(1): 1-22.

[8] Mendelson, H. and T. Tunca. 2004. Strategic Trading, Liquidity, and Information Acquisition. *The Review of Financial Studies* 17(2): 295-337

[9] Verrecchia, R. 2001. Essays on Disclosure. *Journal of Accounting and Economics* 32(1-3): 97-180

6 補遺

6.1 命題１の証明

6.1.1 情報トレーダーの発注戦略

(10)式で表されるマーケット・メーカーの価格設定ルールを所与としたときに，情報トレーダーの期待利益は次のように表すことができる。

$$E[(d-\tilde{p}_N)a_N|\omega_I]=E[(d-E(\tilde{d}|\tilde{y})-\lambda_{\mathbf{N}}(a_N+\tilde{u}_N))a_N] \tag{52}$$

上式の[ ]内について，a_N に関する１階の条件を適用すると，以下のようになる。

$$d-E(\tilde{d}|\tilde{y})-2\lambda_N a_N=0 \tag{53}$$

これを整理すると，

$$a_N=\underbrace{\frac{1}{2\lambda_N}}_{\beta_{\mathrm{N}}}(d-E(\tilde{d}|\tilde{y})) \tag{54}$$

を得る。これを(9)式に照らすと，

$$\beta_N=\frac{1}{2\lambda_N} \tag{55}$$

となる。なお，a_N に関する２階の条件は $\lambda_N>0$ である。

6.1.2 マーケット・メーカーの価格設定ルール

(9)式で表される情報トレーダーの発注戦略を所与として，マーケット・メーカーの価格設定ルールを導く。いま $\tilde{q}_N=\tilde{a}_N+\tilde{u}_N$ より，

$$\tilde{q}_N=\beta_{\mathrm{N}}\{d-E(\tilde{d}|\tilde{y})\}+\tilde{u}_N \tag{56}$$

と表すことができる。ここでマーケット・メーカーの立場からみると，清算価値とネットの発注量のベクトル $[\tilde{d},\tilde{q}_N]^T$ は，

$$\begin{bmatrix}\tilde{d}\\ \tilde{q}_N\end{bmatrix}\sim N\left(\begin{bmatrix}E(\tilde{d}|\tilde{y})\\ 0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\Sigma_0 & \beta_N\Sigma_0\\ \beta_N\Sigma_0 & \beta_N^2\Sigma_0+\sigma_u^2\end{bmatrix}\right) \tag{57}$$

の２変量正規分布に従う。射影定理を用いれば，以下が成り立つ。

$$E(\tilde{d}|\tilde{q}_N)=E(\tilde{d}|\tilde{y})+\underbrace{\frac{\beta_N\Sigma_0}{\beta_N^2\Sigma_0+\sigma_u^2}}_{\lambda_N}\tilde{q}_N \tag{58}$$

上式を(10)式に照らすと，

$$\lambda_N=\frac{\beta_N\Sigma_0}{\beta_N^2\Sigma_0+\sigma_u^2} \tag{59}$$

を得る。

6.1.3 解の導出

(55)式と(59)式を連立させ，係数 β_N，λ_N を求めると，（命題１）の結果が得られる。（証明終わり）

6.2 命題２の証明

6.2.1 情報トレーダーの発注戦略

情報トレーダーの発注戦略の導出については，命題１の証明と同様に行えばよい。その結果，以下を得る。

$$\beta_A=\frac{1}{2\lambda_A} \tag{60}$$

6.2.2 マーケット・メーカーの価格設定ルール

情報トレーダーの発注戦略（(35)式）と，流動性トレーダーの発注戦略（(36)式）を所与として，マーケット・メーカーの価格設定ルールを導く。いま $\tilde{q}_A=\tilde{a}_A+\tilde{u}_A$ より，

$$\tilde{q}_A=\beta_A(d-E(\tilde{d}|\tilde{y}))+\kappa\tilde{n} \tag{61}$$

と表すことができる。ここでマーケット・メーカーの立場からみると，清算価値とネットの発注量のベクトル $[\tilde{d},\tilde{q}_A]^T$ は，

$$\begin{bmatrix}\tilde{d}\\ \tilde{q}_A\end{bmatrix}\sim N\left(\begin{bmatrix}E(\tilde{d}|\tilde{y})\\ 0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\Sigma_0 & \beta_A\Sigma_0\\ \beta_A\Sigma_0 & \beta_A^2\Sigma_0+\kappa^2\sigma_n^2\end{bmatrix}\right) \tag{62}$$

の２変量正規分布に従う。射影定理を用いれば，以下が成り立つ。

$$E(\tilde{d}|\tilde{q}_A) = E(\tilde{d}|\tilde{y}) + \underbrace{\frac{\beta_A \Sigma_0}{\beta_A^2 \Sigma_0 + \kappa^2 \sigma_n^2}}_{\lambda_A} \tilde{q}_A \qquad (63)$$

上式を(37)式に照らすと，

$$\lambda_A = \frac{\beta_A \Sigma_0}{\beta_A^2 \Sigma_0 + \kappa^2 \sigma_n^2} \qquad (64)$$

を得る。

6.2.3 流動性トレーダーの発注戦略

リスク回避的な流動性トレーダーの期待効用 $E[\tilde{U}_A|\omega'_L]$ は(28)式で表される。いま初期保有資産に対する流動性トレーダーの私的評価額を $\bar{z}$ とすると，時点2での富に対する私的評価額 $\tilde{z}$ は $\tilde{z} = \bar{z} + (\tilde{d} + n - \tilde{p}_A)u_A$ と表すことができる。したがって，私的評価額の増分は $\tilde{z} - \bar{z} = (\tilde{d} + n - \tilde{p}_A)u_A$ となる。これを用いると(28)式は，

$$\begin{aligned} E[\tilde{U}_A|\omega'_L] &= -E[\exp(-\gamma\bar{z})\cdot\exp(-\gamma(\tilde{z}-\bar{z}))|\omega'_L] \\ &= -\exp(-\gamma\bar{z})\cdot E[\exp(-\gamma(\tilde{z}-\bar{z}))|\omega'_L] \\ &= -\exp(-\gamma\bar{z})\cdot\exp\left(-\gamma\left(E[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L] - \frac{\gamma}{2}Var[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L]\right)\right) \end{aligned} \qquad (65)$$

と変形できる。なお，上式の展開にあたっては正規分布の性質を利用している。

流動性トレーダーは期待効用 $E[\tilde{U}_A|\omega'_L]$ を最大にするべく，時点1で取引量 u_A を決定する。この最大化問題は結局，

$$E[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L] - \frac{\gamma}{2}Var[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L] \qquad (66)$$

の最大化問題に帰着する。この(66)式の値を Φ と定義する。Φ の第1項である $E[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L]$ は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} E[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L] &= E[(\tilde{d}+n-\tilde{p}_A)u_A|\omega'_L] \\ &= [E(\tilde{d}|\omega'_L) + n - E(\tilde{p}_A|\omega'_L)]u_A \\ &= [E(\tilde{d}|\tilde{y}) + n - E[E(\tilde{d}|\tilde{y}) + \lambda_A\tilde{q}_A|\tilde{y}]]u_A \\ &= [E(\tilde{d}|\tilde{y}) + n - E(\tilde{d}|\tilde{y}) - \lambda_A E(\tilde{q}_A|\tilde{y})]u_A \\ &= (n - \lambda_A E(\tilde{q}_A|\tilde{y}))u_A \\ &= [n - \lambda_A E(\beta_A\{E(\tilde{d}|\tilde{y}) - E(\tilde{d}|\tilde{y})\} + u_A)]u_A \\ &= (n - \lambda_A u_A)u_A \end{aligned} \qquad (67)$$

次に，Φ の第2項に表れる $Var[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L]$ は以下のように記述することができる。

$$\begin{aligned} Var[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L] &= E\left[\{(\tilde{z}-\bar{z}) - E[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L]\}^2\right] \\ &= E[\{(\tilde{d}+n-\tilde{p}_A)u_A - E[(\tilde{d}+n-\tilde{p}_A)u_A|\omega'_L]\}^2] \\ &= E\left[\{(\tilde{d}-\tilde{p}_A)u_A - [E(\tilde{d}|\tilde{y}) - E(\tilde{p}_A|\tilde{y})]u_A\}^2\right] \\ &= E\left[\{(\tilde{d}-E(\tilde{d}|\tilde{y})) - (\tilde{p}_A - E(\tilde{p}_A|\tilde{y}))\}^2\right]u_A^2 \\ &= E[\{(\tilde{d}-E(\tilde{d}|\tilde{y}))^2 - 2(\tilde{d}-E(\tilde{d}|\tilde{y}))(\tilde{p}_A-E(\tilde{p}_A|\tilde{y})) + (\tilde{p}_A-E(\tilde{p}_A|\tilde{y}))^2\}]u_A^2 \end{aligned} \qquad (68)$$

なお，上式の $(\tilde{p}_A - E(\tilde{p}_A|\tilde{y}))$ は以下のように計算される。

$$\begin{aligned} \tilde{p}_A - E(\tilde{p}_A|\tilde{y}) &= (E(\tilde{d}|\tilde{y}) + \lambda_A\tilde{q}_A) - (E(\tilde{d}|\tilde{y}) + \lambda_A E(\tilde{q}_A|\tilde{y})) \\ &= \lambda_A(\tilde{a}_A + u_A) - \lambda_A(E(\tilde{a}_A|\tilde{y}) + u_A) \\ &= \lambda_A(\tilde{a}_A - E(\tilde{a}_A|\tilde{y})) \\ &= \lambda_A(\beta_A(d - E(\tilde{d}|\tilde{y})) - \beta_A[E(\tilde{d}|\tilde{y}) - E(\tilde{d}|\tilde{y})]) \\ &= \lambda_A\beta_A(d - E(\tilde{d}|\tilde{y})) \end{aligned} \qquad (69)$$

また，$E[\{\tilde{p}_A - E(\tilde{p}_A|\tilde{y})\}^2]$ は以下のように計算される。

$$\begin{aligned} E[\{\tilde{p}_A - E(\tilde{p}_A|\tilde{y})\}^2] &= \lambda_A^2\beta_A^2 E[\{d - E(\tilde{d}|\tilde{y})\}^2] \\ &= \lambda_A^2\beta_A^2\Sigma_0 \end{aligned} \qquad (70)$$

(69)式と(70)式を利用すれば，(68)式の $Var[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L]$ は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} Var[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L] &= (\Sigma_0 - 2\lambda_A\beta_A\Sigma_0 + \lambda_A^2\beta_A^2\Sigma_0)u_A^2 \\ &= (1-\lambda_A\beta_A)^2\Sigma_0 u_A^2 \end{aligned} \qquad (71)$$

以上で求めた(67)式の $E[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L]$ と，(71)式の $Var[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega'_L]$ を(66)式に代入すると，以下のようになる。

$$\Phi = (n - \lambda_A u_A)u_A - \frac{\gamma}{2}(1-\lambda_A\beta_A)^2\Sigma_0 u_A^2 \qquad (72)$$

u_A について最大化するため，1階の条件を求

めると，

$$\frac{\partial \Phi}{\partial u_A}=n-2\lambda_A u_A-\gamma(1-\lambda_A\beta_A)^2\Sigma_0 u_A=0 \quad (73)$$

となる。これを整理すると，

$$u_A=\underbrace{\frac{1}{2\lambda_A+\gamma(1-\lambda_A\beta_A)^2\Sigma_0}}_{\kappa}n \quad (74)$$

を得る。(36)式に照らせば，上式の n の係数が κ である。なお，最大化のための２階の条件では，$\kappa>0$ が成立していなければならない。本研究ではこれが満たされているものとする。

6.2.4 解の導出

ここまでに得られた以下の３本の式を連立させ，係数 β_A，λ_A，κ を求める。

$$\beta_A=\frac{1}{2\lambda_A} \quad (75)$$

$$\lambda_A=\frac{\beta_A\Sigma_0}{\beta_A^2\Sigma_0+\kappa^2\sigma_n^2} \quad (76)$$

$$\kappa=\frac{1}{2\lambda_A+\gamma(1-\lambda_A\beta_A)^2\Sigma_0} \quad (77)$$

(75)式より $\lambda_A\beta_A=1/2$ であるので，これを κ に代入すれば，

$$\kappa=\frac{1}{2\lambda_A+\frac{\gamma}{4}\Sigma_0} \quad (78)$$

を得る。次に β_A を(76)式に代入して，κ について整理すれば，

$$\kappa=\frac{\sqrt{\Sigma_0}}{2\lambda_A\sigma_n} \quad (79)$$

を得る。(78)式と(79)式より，

$$\frac{1}{2\lambda_A+\frac{\gamma}{4}\Sigma_0}=\frac{\sqrt{\Sigma_0}}{2\lambda_A\sigma_n} \quad (80)$$

が成り立つ。これを λ_A について解けば(40)式を得る。この λ_A を(77)式に代入すれば，κ についての(39)式を得る。また，β_A は(75)式より得られる。(証明終わり)

6.3 系の証明

(65)式で表される流動性トレーダーの期待効用 EU_A は，次のように展開することができる。

$$\begin{aligned}EU_A&=-\exp(-\gamma\bar{z})\cdot\exp\left(-\gamma\left(E[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega_L']-\frac{\gamma}{2}Var[(\tilde{z}-\bar{z})|\omega_L']\right)\right)\\&=-\exp(-\gamma\bar{z})\cdot\exp\left(-\gamma\left((n-\lambda_A u_A)u_A-\frac{\gamma}{2}(1-\lambda_A\beta_A)^2\Sigma_0 u_A^2\right)\right)\\&=-\exp(-\gamma\bar{z})\cdot\exp\left(-\gamma n u_A+\left(\gamma\lambda_A+\frac{\gamma^2}{8}\Sigma_0\right)u_A^2\right)\\&=-\exp(-\gamma\bar{z})\cdot\exp\left(-\gamma n u_A+\frac{\gamma^2}{8}\left(\frac{\sigma_n\Sigma_0}{\sigma_n-\Sigma_0^{\frac{1}{2}}}\right)u_A^2\right)\end{aligned} \quad (81)$$

上式の展開にあたって，(40)式の λ_A，および(60)式を変形した $\lambda_A\beta_A=1/2$ の関係を用いている。既述のとおり，u_A は(36)式のように κ の関数であり，その κ は(39)式のとおり Σ_0 の関数であるから，$u_A=u_A(\Sigma_0)$ と書ける。ここで(81)式の最大値は，最適発注量 u_A^*，Σ_0，および他のパラメータ（γ，n，および σ_n）の関数として表すことができる。この関数を f とおく。すなわち，f は最適値関数であり，

$$f(u_A^*(\Sigma_0),\Sigma_0,\gamma,n,\sigma_n)=\max_{u_A} EU_A \quad (82)$$

のように記述することができる。これに対し包絡線定理を適用すると，

$$\frac{\partial f}{\partial\Sigma_0}=\underbrace{\frac{\partial f}{\partial u_A^*}\cdot\frac{\partial u_A^*}{\partial\Sigma_0}}_{=0}+\frac{\partial EU_A}{\partial\Sigma_0} \quad (83)$$

とできる。(83)式の右辺第２項について具体的に書けば，

$$\frac{\partial EU_A}{\partial\Sigma_0}=-\exp(-\gamma\bar{z})\cdot\exp\left(-\gamma n u_A+\frac{\gamma^2}{8}\left(\frac{\sigma_n\Sigma_0}{\sigma_n-\Sigma_0^{\frac{1}{2}}}\right)u_A^2\right)\cdot\frac{\gamma^2u_A^2}{8}<0 \quad (84)$$

となる。つまり，(83)式より $\partial f/\partial\Sigma_0<0$ である。ここで，補題１の(16)式によれば，Σ_0 は σ_y の増加関数であった。したがって，結局 $\partial f/\partial\sigma_y<0$ が言える。(証明終わり)