

熊本学園大学産業経営研究第44号抜刷

2025年3月発行

<一般研究論文>

# 企業情報の質的水準とアナリスト予想のタイミング

— 公的開示と私的開示が併用されるケース —

小 谷 学

熊 本 学 園 大 学

産 業 経 営 研 究 所

# 企業情報の質的水準とアナリスト予想のタイミング

## —— 公的開示と私的開示が併用されるケース ——

小 谷 学

### 概要

本稿の目的は、企業による情報開示の質的水準とアナリスト予想の提供タイミングがどのように決定されるかを、数理的に明らかにすることである。小谷（2024）では、企業がアナリストに対してのみ私的開示を行うケースを分析した。それに対し、本稿では企業が全ての証券市場参加者に対して公的開示を行った後に、アナリストに対して私的開示を行うケースについて考察する。分析の結果、企業による最適な開示水準とアナリスト予想の最適なタイミングを求めることができた。特に、公的開示と私的開示の精度の間には正の関係があること、また公的開示の精度が高まるほど予想提供タイミングは早くなることが判明した。

キーワード：アナリスト予想、情報トレーダー、私的開示、公的開示、マイクロストラクチャー

### 1 はじめに

本稿の目的は、企業による情報開示の質的水準とアナリスト予想の提供タイミングがどのように決定されるかを、数理的に明らかにすることである。複数の先行研究が明らかにしているように、アナリスト予想は決算発表等のイベント後にただちに発行される傾向がある。小谷（2024）では、アナリスト予想の提供タイミングがどのような要因によって決定されるのかを明らかにするために、Guttman（2010）で示さ

れたプラットフォームに基づいて、企業がアナリストに対して私的開示を行うケースを分析した。企業による情報開示がアナリストを経由するルートに限られることから、これを「シングル・チャンネル」のディスクロージャーと呼ぼう。

それに対し、本稿では、企業が全ての証券市場参加者に対して公的開示を行った後に、アナリストに対して私的開示を行うケースを分析した。公的開示と私的開示を利用して企業情報を提供するという点で、本稿ではこれを「デュアル・チャンネル」のディスクロージャーと呼ぶ。本稿は小谷（2024）と類似の設定に依拠しているが、企業が公的開示と私的開示という2つの選択肢を利用してハイブリッドな情報提供を行う設定になっている点で異なっている。実際に、企業は公的開示と私的開示の2つを駆使して、利害関係者へ情報を伝達していると言える。会計研究上興味深いのは、このようなハイブリッドな情報提供における、公的開示と私的開示の関係であろう。

分析の結果、企業による最適な開示水準とアナリスト予想の最適なタイミングを求めることができた。特に、公的開示と私的開示の精度の間には正の関係があること、そして、公的開示の精度が高まるほど予想提供タイミングは早くなることが判明した。また、比較静学を通じて、各種のパラメータが開示水準、予想提供タイミング、およびプレイヤーの厚生に与える影響を考察した。

本稿の構成は以下のとおりである。第2節では、モデルの設定について述べる。第3節では、

ゲームの均衡について考察する。第4節では、比較静学の結果を示す。第5節は結論である。

## 2 モデルの設定

本節では、モデルの設定について述べる。ゲームは小谷 (2024) と同様に、2つのステージから構成される。第1ステージのゲームのプレイヤーは企業とアナリストの2人である。それに対し、第2ステージのゲームのプレイヤーは、情報トレーダー、ノイズ・トレーダー、およびマーケット・メーカーの3人である。全てのプレイヤーはリスク中立的であるとする。

### 2.1 第1ステージの設定

企業は時点0において、全ての市場参加者（アナリスト、情報トレーダー、マーケット・メーカー、およびノイズ・トレーダー）に対し公的開示を行い、リスク資産の価値  $\bar{d}$  に関する予想を提供する\*<sup>1</sup>。続いて、企業はアナリストに対して私的開示を行い、 $\bar{d}$  に関する予想を提供する。ここに、

$$\bar{d} \sim N(\bar{d}, \sigma_{\bar{d}}^2) \quad (1)$$

である。時点0において  $\bar{d}$  の実現値は決まるものの、どのプレイヤーも  $\bar{d}$  の実現値は知らない。ただし、株式の価値がこの確率分布に従って発生することは知っているとしよう。なお、 $1/\sigma_{\bar{d}}^2 = \rho_{\bar{d}}$  と表すことにする。

さて、企業により公的開示と私的開示が行われた後は、時間の経過に伴って、株式の価値に関する公的情報が広まってゆく。公的情報は連続的に発信されており、このゲームのプレイヤーはそれを受信する\*<sup>2</sup>。こうして時点  $t$  までに獲得された公的情報を  $y(t)$  として表す。具体的には、この情報は株式の価値にノイズを

加えたシグナルとして表されるとする。すなわち、

$$\tilde{y}(t) = \bar{d} + \tilde{\varepsilon}_y(t), \quad \tilde{\varepsilon}_y(t) \sim N(0, \sigma_{\tilde{y}}^2(t)) \quad (2)$$

である。ここに、 $\bar{d}$  と  $\tilde{\varepsilon}_y(t)$  は互いに独立であるとする。以下では、 $\tilde{\varepsilon}_y(t)$  の精度を  $\rho_y(t)$  で表す。つまり、 $\rho_y(t) = 1/\sigma_{\tilde{y}}^2(t)$  である。ここで、 $\rho_y(t)$  に関して以下の仮定を置く。

(仮定)

$t \in (0, 1)$  について、 $\rho_y(t) = D_0 + (1 - D_0)t$  である。

ここに  $D_0$  は時点0における公的開示の正確性を表す変数である。図1には、 $\rho_y(t)$  および  $\sigma_{\tilde{y}}^2(t)$  の形状を図示した。 $\rho_y(t)$  の形状を見ると、小谷 (2024) で示されたものが原点から45度の傾きを持つ右上がりの直線であったのに対し、本稿のそれは切片が  $D_0$  の、緩やかな右上がりの直線であることがわかる。 $D_0$  は企業の公的開示が正確であるほど高い値をとるが、その値については技術的制約のため上限があるとす。実際に、企業は自社の清算価値をある程度まで正確に予測できても、その程度には上限があるであろう。この上限を  $\bar{D}$  としよう ( $\bar{D} < 1$ )。したがって、 $D_0$  のとりうる範囲は  $0 < D_0 \leq \bar{D}$  となる。

時点0で公的開示が行われた後、 $\rho_y(t)$  は時間の経過に伴って増加するものの、増加割合 ( $t$  の係数) は  $1 - D_0$  であり、小谷 (2024) の仮定における増加割合1と比べて緩やかである。ただし、 $t \rightarrow 1$  においては、 $\rho_y(t)$  は1に収束する。これは時点0における公的開示によって、公的情報の精緻化が先取りされていることを意味する。公的情報に関する以上の設定が、小谷 (2024) と本稿の相違をもたらす要因となる。

\*<sup>1</sup> 以下、表記の簡単化のため、リスク資産を「株式」、リスク資産の価格を「株価」と表す。

\*<sup>2</sup> 本稿では、ノイズ・トレーダーはランダムに発注を行う主体であると見ている。つまり、彼は公的情報を観察できるが、それを利用した行動はとらず、ランダムに発注量を決定する。

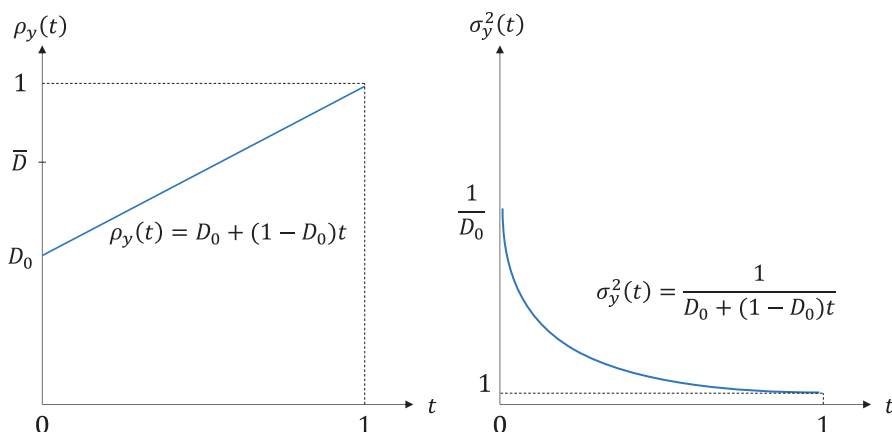


図1  $\rho_y(t)$  および  $\sigma_y^2(t)$  の形状

さて、アナリストは公的情報を入手すると、この情報を解釈したうえで、アナリスト予想として顧客である情報トレーダーに提供する\*<sup>3</sup>。アナリスト予想はシグナル  $z(t)$  として表されるものとする。ここに、

$$\tilde{z}(t) = \tilde{d} + \tilde{\varepsilon}_z(t), \quad \tilde{\varepsilon}_z(t) \sim N(0, \sigma_z^2(t)) \quad (3)$$

である。 $\tilde{d}$  と  $\tilde{\varepsilon}_z(t)$ 、 $\tilde{\varepsilon}_y(t)$  と  $\tilde{\varepsilon}_z(t)$  は互いに独立であるとする。時点  $t$  におけるアナリスト予想の誤差の精度は  $\rho_z(t)$  で表される。つまり、 $\rho_z(t) = 1/\sigma_z^2(t)$  である。ここで、 $\rho_z(t)$  は、次のように表すことができるとしよう。

$$\rho_z(t) = F_0 + \alpha \cdot (1 - D_0)t \quad (4)$$

ここに、 $F_0$  は時点 0 における私的開示の正確性を表す変数であり、 $\alpha$  はアナリストの情報解釈能力を表す変数である。(4)式のとおり、時点  $t$  におけるアナリスト予想の精度は、私的開示を通して得た  $F_0 (\geq 0)$  と、公的情報の解釈から得た  $\alpha \cdot (1 - D_0)t$  からなる。なお、 $\rho_y(t)$

ではなく  $(1 - D_0)t$  に対して  $\alpha$  を乗じている点に注意されたい。時点  $t$  において追加的に利用可能となった公的情報の精度は  $(1 - D_0)t$  であり、アナリストはこのような公的情報を解釈して新情報に変換するのである\*<sup>4</sup>。

さて、アナリストは顧客である 1 人の情報トレーダーに予想を提供して報酬を得る。情報トレーダーは、他の市場参加者（マーケット・メーカーおよびノイズ・トレーダー）の知り得ない情報を入手して信念を更新し、即時に 1 回だけ株式取引を行う。アナリスト予想を提供することの見返りとして、アナリストは情報トレーダーの利益を全て吸い上げるものとする。

次に、企業の行動について述べよう。企業は株価の情報効率性（price efficiency）を高めることを目標としているとする。株価の情報効率性  $v$  を、株式の清算価値  $d$  と株価  $p$  を用いて、 $1/\text{Var}(d|p)$  と定義する。企業は公的開示と私的開示を通じて、株価の情報効率性を高めるよう努力する。モデルの記号を用いて言うと、企

\*<sup>3</sup> アナリストは公的情報を観察すると即時にアナリスト予想を提供する。なぜなら、公的情報の精度が連続的に高まる以上、時間を徒過するとアナリスト予想の優位性は低下するからである。

\*<sup>4</sup> 企業からアナリストに対して私的に提供される情報と、企業から全てのプレイヤーに対して公的に提供される情報との間に重複がある可能性は排除できない。しかしながら、本稿ではこの点は考慮していない。

業は  $D_0$  と  $F_0$  の値を操作することによって、 $v$  を決定するのである。なお、 $v$  を高めるために要した時間が長いほど、企業には逸失利益が生じると考えられる。このコストは、係数を  $c(>0)$  として、時間  $t$  の上昇に伴って、逡増的に発生するものとする。以上のことから、企業の期待利得を  $E\psi$  とすると、目的関数は以下のとおり表される。

$$\begin{aligned} \max_{D_0, F_0} E\psi \\ = \max_{D_0, F_0} v - c \cdot t^2 \end{aligned} \quad (5)$$

なお、第1ステージのゲームにおいて、 $y(t)$ 、 $\sigma_d^2$ 、 $\sigma_y^2(t)$ 、 $\sigma_z^2(t)$ 、 $\sigma_u^2$ 、 $\alpha$ 、および  $c$  については、企業とアナリストの間の共有知識であり、 $z(t)$  についてはアナリストだけが知っているものとする。

## 2.2 第2ステージの設定

第2ステージのゲームは、マイクロストラクチャーの標準的なフレームワークである Kyle (1985) と同様に、情報トレーダー、マーケット・メーカー、およびノイズ・トレーダーの3人によってプレイされる。第1ステージのゲームでアナリストから情報を購入した情報トレーダーは、アナリスト予想  $z(t^*)$  と公的情報  $y(t^*)$  をもとに、時点  $t^*$  において発注量  $a^*$  を決定する。次に、ノイズ・トレーダーは無作為に発注量  $\tilde{u}$  を決定する。 $\tilde{u}$  は以下のような分布に従う確率変数である。

$$\tilde{u} \sim N(0, \sigma_u^2) \quad (6)$$

最後に、マーケット・メーカーは完全競争にさらされているとする。彼はアナリスト予想  $z(t^*)$  については知り得ないものの、ネットの発注量と公的情報  $y(t)$  については観察することができる。彼はこれらに基づいて価格  $p^*$  を設定する。

第2ステージのゲームの流れは次のとおりである。時点  $t^*$  において情報トレーダーは  $a^*$

の注文を、ノイズ・トレーダーは  $u$  の注文を出す。マーケット・メーカーは  $a^*$  と  $u$  のネットの発注量および公的情報  $y(t^*)$  を観察したうえで、それを吸収するように価格  $p^*$  を設定する。以下では、ネットの発注量について  $q$  で表す。つまり、

$$q = a + u \quad (7)$$

とおく。なお、第2ステージのゲームにおいて、 $y(t)$ 、 $\sigma_d^2$ 、 $\sigma_y^2(t)$ 、 $\sigma_z^2(t)$ 、および  $\sigma_u^2$  については、3人のプレイヤー間の共有知識であり、 $z(t)$  については情報トレーダーだけが知っているものとする。

## 2.3 タイムライン

デュアル・ディスクロージャーのケースに関する、タイムラインは以下のとおりとなる。

### • 第1ステージ

— 時点0において、企業は全てのプレイヤー（アナリスト、情報トレーダー、マーケット・メーカー、およびノイズ・トレーダー）に対し公的開示を行う。その後、企業はアナリストに対し私的開示を行う。

— アナリストは期間  $(0, 1)$  内の時点  $t^*$  において公的情報  $y(t^*)$  を入手し、アナリスト予想  $z(t^*)$  を形成したうえで、情報トレーダーに提供する。

### • 第2ステージ

— 時点  $t^*$  において、情報トレーダー、ノイズ・トレーダー、マーケット・メーカーは以下の取引を行う。

\* 情報トレーダーは公的情報  $y(t^*)$  とアナリスト予想  $z(t^*)$  をもとに、 $a^*$  の発注を行う。

\* ノイズ・トレーダーはランダムに  $u$  を発注する。

\* マーケット・メーカーはネットの発注量  $q$  と公的情報  $y(t^*)$  をもとに、価格  $p^*$  を設定する。

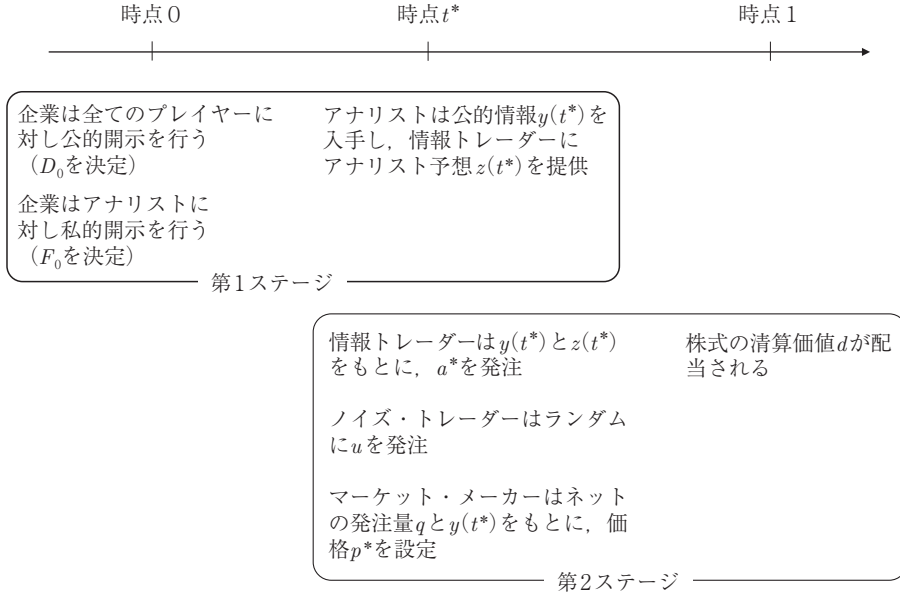


図2 タイムライン

一時点1において、株式の清算価値  $d$  が配当される。

以上を図示したものが、図2である。

### 3 均衡

本節では、前節で説明した設定に基づいて、均衡を求める。以下では、まず公的情報とアナリスト予想を所与としたうえで第2ステージの均衡を求め、その後に第1ステージに戻って均衡を導出する。

#### 3.1 第2ステージの均衡

アナリスト予想の情報提供時点  $t^*$  を所与とすると、第2ステージにおける均衡は、以下の  $\{a^*, p^*\}$  である。なお、記号の簡略化のために、本稿では特に断りのない限り、 $y(t^*)$  を  $y$ 、 $z(t^*)$  を  $z$ 、 $\sigma_y^2(t^*)$  を  $\sigma_y^2$ 、 $\sigma_z^2(t^*)$  を  $\sigma_z^2$  と書く。

1.  $a^*$  は以下の最大化問題の解である。

$$\max_a E[(d-p)a | y, z] \quad (8)$$

2.  $p^*$  は  $d$  に関するマーケット・メーカーの条件付期待値に等しい。

$$p^* = E[d | q, y] \quad (9)$$

以下では、線形戦略による均衡を求めるために、情報トレーダーの発注戦略、およびマーケット・メーカーの価格設定ルールについて、次のように想定する。

1. 情報トレーダーの発注戦略

$$a = \beta \{E(d | y, z) - E(d | y)\} \quad (10)$$

2. マーケット・メーカーの価格設定ルール

$$p = E(d | y) + \lambda q \quad (11)$$

これらを解くと、以下の結果が得られる。

(補題 1)

均衡における情報トレーダーの発注戦略、およびマーケット・メーカーの価格設定ルールは以下のとおりである。

$$a^* = \beta \{E(d|y, z) - E(d|y)\} \quad (12)$$

$$p^* = E(d|y) + \lambda q \quad (13)$$

ここに、それぞれのパラメータは以下のとおりである。

$$\beta = \Sigma_1^{-\frac{1}{2}} \sigma_u \quad (14)$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \Sigma_1^{-\frac{1}{2}} \sigma_u^{-1} \quad (15)$$

なおここで、

$$\Sigma_1 \stackrel{\text{def}}{=} E[\{E(d|y, z) - E(d|y)\}^2] \quad (16)$$

と定義している。

(証明) 小谷 (2024) における補題 1 の証明を参照。

なお、(16)式で定義した  $\Sigma_1$  については、

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= E[\{E(d|y, z) - E(d|y)\}^2] \\ &= \frac{\sigma_d^4 \sigma_y^4}{(\sigma_d^2 \sigma_y^2 + \sigma_y^2 \sigma_z^2 + \sigma_d^2 \sigma_z^2)(\sigma_d^2 + \sigma_y^2)} \quad (17) \\ &= \frac{\rho_z(t)}{(\rho_d + \rho_y(t) + \rho_z(t))(\rho_d + \rho_y(t))} \end{aligned}$$

と表すことができる。さて、補題 1 を利用して情報トレーダーの期待利益  $E\pi$  を求めると、次の補題 2 のようになる。

(補題 2)

情報トレーダーの期待利得は、 $E\pi = \lambda \sigma_u^2$  と表すことができる。

(証明) 小谷 (2024) における補題 2 の証明を参照。

ここで、上記の  $E\pi$  を (15)式と (17)式を用い

て表すと、以下のようになる。

$$\begin{aligned} E\pi &= \lambda \sigma_u^2 \\ &= \frac{\sigma_u}{2} \sqrt{\frac{1}{\rho_d + \rho_y(t)} - \frac{1}{\rho_d + \rho_y(t) + \rho_z(t)}} \quad (18) \end{aligned}$$

アナリスト予想を入手しないとした場合の情報トレーダーの期待効用をゼロに基準化すれば、情報トレーダーの利益は (18)式のとおり表されることになる。なお、アナリストは情報トレーダーの利益を全て吸い上げることができるので、 $E\pi$  は、アナリスト予想の販売収入、あるいはアナリストの期待利得であると言える。

### 3.2 第 1 ステージの均衡

次に、第 1 ステージに戻って均衡を導出する。アナリストの目的は、予想の販売から得られる収入（言い換えれば、アナリスト予想の価値）を最大化することである。そのために、アナリストは (18)式が最大化されるタイミングを決定しなければならない。これを求めるためには、(18)式の平方根の中身を最大化する  $t^*$  を求めればよい。平方根の中身を  $Z(t)$  とおく。つまり、

$$Z(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\rho_d + \rho_y(t)} - \frac{1}{\rho_d + \rho_y(t) + \rho_z(t)} \quad (19)$$

である。このように、アナリストの利得は、予想提供タイミングの関数となる。そして、最適なタイミングは、その時点における公的情報とアナリスト予想の精度によって決定される。アナリストが予想提供時点を決める際に直面するトレードオフは以下のとおりである。すなわち、早い時点で予想を提供する場合、アナリスト予想の精度は低いため、その分だけ情報トレーダーにとっての価値は低くなる。一方、早い時点では公的情報の精度も低いため、情報トレーダーはその分だけアナリスト予想を高く評価する。つまり、アナリストは適時性と正確性のトレードオフに直面することになるのである。以下の補題 3 は、アナリストにとっての最適なタイミングについて述べたものである。

(補題 3)

$D_0$ および  $F_0$ を所与とすると、アナリストにとって最適な予想提供タイミング  $t^*$ は以下のとおりである。

$$t^* = \frac{(\rho_d + D_0)(\sqrt{1+\alpha}-1) - F_0}{(1+\alpha - \sqrt{1+\alpha})(1-D_0)} \quad (20)$$

(証明) Appendix を参照。

上式から、 $F_0$ が増加するほどタイミング  $t^*$ は早くなる一方、 $D_0$ が増加するほど  $t^*$ は遅くなることわかる。すなわち、私的開示の精度が高いほど、アナリストは情報優位性を活かすべく早期に予想提供を行う動機を有する一方で、公的開示の精度が高いほど、他プレイヤーに対する優位性が高まるまで提供時点を遅らせる動機があることが分かる。なお、補題 3 の証明で述べたように、最適なタイミングが存在するためには、 $0 < t^* < 1$  でなければならない。もし、 $t^* \leq 0$  ならば、アナリストは限りなく時点 0 に近い時点で予想提供しようとするので、最適解は存在しない。また、 $t^* \geq 1$  ならば、アナリストは限りなく時点 1 に近い時点で予想提供しようとするので、やはり最適解は存在しない。本稿では、 $0 < t^* < 1$  が満たされているとする。補題 3 の結果を所与としたうえで、企業の目的関数を表したのが、次の補題 4 である。

(補題 4)

企業の期待利得  $E\psi$  は以下のように表される。

$$E\psi = \frac{2(\rho_d + \rho_y(t) + \rho_z(t))(\rho_d + \rho_y(t))}{2\rho_d + 2\rho_y(t) + \rho_z(t)} - c \cdot t^2 \quad (21)$$

(証明) 小谷 (2024) における補題 4 の証明を参照。

企業は  $E\psi$  を最大化するため、最適な  $D_0$  と  $F_0$  を決定する。(21)式に、仮定の  $\rho_y(t) = D_0 + (1 - D_0)t$  と、(4)式の  $\rho_z(t) = F_0 + \alpha \cdot (1 - D_0)t$  を代入して整理すると以下ようになる。

$$E\psi = \frac{2(\rho_d + D_0 + F_0 + (1+\alpha)(1-D_0)t)(\rho_d + D_0 + (1-D_0)t)}{2\rho_d + 2D_0 + F_0 + (2+\alpha)(1-D_0)t} - c \cdot t^2 \quad (22)$$

ここに、 $t$  は(20)式として表される。Admati and Pfleiderer (1986) と同様、所与の  $D_0$  の値に対して、 $E\psi$  を最大にする  $F_0^*(D_0)$  が存在するとみて、最適な  $D_0^*$  と  $F_0^*$ 、およびそれに対応する  $t^*$  を明らかにしたのが、次の命題 1 である。

(命題 1)

均衡において、公的開示を通じたコミュニケーションの水準  $D_0^*$ 、アナリストとのコミュニケーションの水準  $F_0^*$ 、およびアナリスト予想の提供タイミング  $t^*$  は以下ようになる。なお、 $\bar{D}$  は技術的制約を表すパラメータである。

$$D_0^* = \bar{D} \quad (23)$$

$$F_0^* = \frac{\alpha c(\rho_d + \bar{D}) - (\sqrt{1+\alpha}-1)(1+\alpha)(1-\bar{D})^2}{c(1+\sqrt{1+\alpha})} \quad (24)$$

$$t^* = \frac{(1-\bar{D})\sqrt{1+\alpha}}{c(1+\sqrt{1+\alpha})} \quad (25)$$

(証明) Appendix を参照。

このように、デュアル・チャネルのケースにおける  $D_0^*$ 、 $F_0^*$ 、および  $t^*$  は、閉じた形により表現される。(23)式は、企業が技術的制約の範囲内で、最高の精度の公的開示を行うことを示している。また、(24)式により、並行して企業はアナリストに対して、ある水準の私的開示を行うことが分かる。これらの直観的な解釈としては、次のように言うことができる。すなわち、できるだけ短期間のうちに株価の情報効率性を高めたいと考えている企業は、マーケット・メーカーによる適切な価格設定を促進すべく、最大限に精度の高い公的開示を行う。このような優れた公的情報を観察したマーケット・メーカーと取引するためには、情報トレーダーはより精度の高いアナリスト予想を入手しなけ



ればならない。そのため、アナリストは高精度の予想を提供できるよう、タイミングを遅らせようとする。そこで、企業はタイミングが早まるよう、私的開示によってアナリストに予測能力を与えるのである。

以上はデュアル・チャネルのディスクロージャーにおける企業とアナリストの行動を表しているが、ここで企業の技術的制約を表す  $\bar{D} \in (0, 1)$  は、極限において各変数にどのような影響を及ぼすだろうか。

(系 1)

$\bar{D}$  の極限において以下が成り立つ。

1.  $\bar{D} \rightarrow 0$  のとき、 $F_0^*$  と  $t^*$  の極限は、小谷 (2024) における命題 1 の結果と一致する。
2.  $\bar{D} \rightarrow 1$  のとき、各変数の極限は以下のとおりである。

$$\lim_{\bar{D} \rightarrow 1} D_0^* = 1 \quad (26)$$

$$\lim_{\bar{D} \rightarrow 1} F_0^* = (\rho_d + 1)(\sqrt{1 + \alpha} - 1) \quad (27)$$

$$\lim_{\bar{D} \rightarrow 1} t^* = 0 \quad (28)$$

(証明) 命題 1 の結果について、 $\bar{D} \rightarrow 0$  および  $\bar{D} \rightarrow 1$  とした場合の極限をとればよい。(証明終わり)

系 1 からわかるように、 $\bar{D}$  の極限 0、つまり公的開示が実行不可能な場合、 $F_0^*$  および  $t^*$  はシングル・チャネルのそれと一致することがわかる。この点で、シングル・チャネルは、デュアル・チャネルの特殊ケースとみることができよう。一方、 $\bar{D}$  の極限 1、つまり公的開示に技術的制約が存在せず、その後には広まってゆく公的情報を完全に先取りできるような場合、企業は最高精度の公的開示を行うとともに、アナリストに対しても私的開示を行う。そして、アナリスト予想は瞬時に提供されるのである。

## 4 比較静学

本節では、各パラメータの変化が変数や経済厚生に与える影響を考察する。次の命題 2 は、デュアル・チャネルのケースにおける開示水準やアナリスト予想のタイミングについて、その性質を明らかにしたものである。

(命題 2)

1.  $F_0^*$  と  $t^*$  に関して、以下が成り立つ。

$$\frac{\partial F_0^*}{\partial c} > 0, \quad \frac{\partial t^*}{\partial c} < 0, \quad \frac{\partial t^*}{\partial \alpha} > 0, \quad \frac{\partial F_0^*}{\partial \rho_d} > 0,$$

$$\frac{\partial F_0^*}{\partial \bar{D}} > 0, \quad \frac{\partial t^*}{\partial \bar{D}} < 0$$

2.  $\partial F_0^* / \partial \alpha$  の符号は、閾値  $\hat{\alpha}$  を境に反転する。具体的には、 $\alpha < \hat{\alpha}$  のときは  $\partial F_0^* / \partial \alpha > 0$  であるが、 $\alpha \geq \hat{\alpha}$  のときは  $\partial F_0^* / \partial \alpha \leq 0$  となる。なお  $\hat{\alpha}$  は以下の方程式の最大解である。

$$\begin{aligned} & 2(1 - \bar{D})^2(1 + \alpha)^{\frac{3}{2}} - \{c(\rho_d + \bar{D}) - 2(1 - \bar{D})^2\} \\ & \cdot (1 + \alpha) - \{2c(\rho_d + \bar{D}) + 2(1 - \bar{D})^2\} \\ & \cdot (1 + \alpha)^{\frac{1}{2}} - c(\rho_d + \bar{D}) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

3.  $t^*$  の水準は、 $\rho_d$  の影響を受けない。

(証明) Appendix を参照。

命題 2 の解釈は小谷 (2024) における命題 2 のそれと同様である。そのため、以下では小谷 (2024) に登場していない  $\partial F_0^* / \partial \bar{D}$  および  $\partial t^* / \partial \bar{D}$  の符号についてのみ述べよう。これらは本稿の最も興味深い発見事項である。(23)式で表されたように、企業は技術的に実行可能な最高精度の公的開示を行うため、 $\partial F_0^* / \partial \bar{D} > 0$  は、公的開示の精度と私的開示の精度の間に正の関係があることを示している。また、 $\partial t^* / \partial \bar{D} < 0$  は、公的開示の精度が高くなるほど、アナリスト予想の提供タイミングが早まることを示唆している。これらは以下のように解釈することができる。すなわち、企業は速やかに株価の情報効率性を高めたいため、最高精度の公的開示を行うことで、マーケット・メーカーの適切な価格設定を促す。他の条件を一定とすると、高精度の

公的開示にはアナリスト予想のタイミングを遅らせる副作用があるものの、企業はそのような副作用を打ち消して余りあるほどの高精度な私的開示を行い、アナリスト予想の優位性を高める。その結果として、公的開示の精度が高まるほど、アナリスト予想の提供タイミングは早くなるのである。現実には、決算発表のような公的情報の発表後には、迅速にアナリスト予想が提供される現象がみられる。その理由について、アナリストが公的情報に便乗していることを指摘する先行研究もあるが、本稿の分析結果は異なるメカニズムが働いている可能性を示唆している。

最後に、アナリストおよび企業の期待利得に関する比較静学の結果を示す。

(命題3)

1. アナリストの期待利得  $E\pi$  と企業の期待利得  $E\psi$  に関して、以下が成り立つ。

$$\frac{\partial E\pi}{\partial c} > 0, \quad \frac{\partial E\pi}{\partial \alpha} > 0, \quad \frac{\partial E\pi}{\partial \rho_d} < 0,$$

$$\frac{\partial E\psi}{\partial c} < 0, \quad \frac{\partial E\psi}{\partial \alpha} > 0, \quad \frac{\partial E\psi}{\partial \rho_d} > 0, \quad \frac{\partial E\psi}{\partial \bar{D}} > 0$$

2.  $\partial E\pi/\partial \bar{D}$  の符号は、閾値  $\hat{D}$  を境に反転する。具体的には、 $\bar{D} < \hat{D}$  のときは  $\partial E\pi/\partial \bar{D} > 0$  であるが、 $\bar{D} \geq \hat{D}$  のときは  $\partial E\pi/\partial \bar{D} \leq 0$  となる。このような閾値  $\hat{D}$  は  $\hat{D} = \{(2-c)\sqrt{1+\alpha} - c\} / (2\sqrt{1+\alpha})$  として表される。

(証明) Appendix を参照。

命題3は、小谷 (2024) における命題3の場合と同様に解釈することができる。ここでは、小谷 (2024) には登場していない  $\partial E\psi/\partial \bar{D}$  と  $\partial E\pi/\partial \bar{D}$  の符号について述べる。まず、 $\partial E\psi/\partial \bar{D}$  の効果は、公的開示の精度の向上を通じて株価の情報効率性を高めるという直接効果と、アナリスト予想のタイミングが変化することを通じて企業の期待利得に影響を与えるという間接効果からなるが、均衡においては前者の直接効果のみが働く。したがって、 $\partial E\psi/\partial \bar{D} > 0$  となる。つまり、公的開示に関する技術的制約

がゆるくなるほど、企業の期待利得は高まる。

次に、 $\partial E\pi/\partial \bar{D}$  については、以下のように解釈できる。公的開示の精度の変化がアナリストの期待利得に及ぼす効果は、第1に予想提供タイミングの変化を通じた間接効果、第2に私的開示の精度の変化を通じた間接効果、そして第3にアナリストの期待利得に直接及ぶ直接効果からなる。均衡においては、第2の間接効果がアナリストの期待利得にプラスに働くのに対し、第3の直接効果はマイナスに働く。つまり、公的開示の精度が高まるにつれて私的開示の精度も高まるため、アナリスト予想の正確性は高まるものの、一方で高精度の公的開示によって、アナリスト予想の優位性は低下する。結果として、公的開示の技術的制約がゆるくなると、当初はアナリストの期待利得は増加する。しかし、ある水準を超えてゆるくなると、逆に期待利得は減少に転じるのである。

## 5 結論

本稿の目的は、企業による情報開示の質的水準とアナリスト予想の提供タイミングがどのように決定されるかを、数理的に明らかにすることであった。本稿では、企業が全ての証券市場参加者に対して公的開示を行った後に、アナリストに対して私的開示を行うデュアル・チャネルのディスクロージャーについて考察した。分析の結果、企業による最適な開示水準とアナリスト予想の最適なタイミングを求めることができた。特に、公的開示と私的開示の精度の間には正の関係があること、また公的開示の精度が高まるほど予想提供タイミングは早くなることが判明した。決算発表直後に観察される現象のメカニズムを理解する上で、本研究で析出した事実は、新たな視点を提供するものと考えられる。

なお、本稿で明らかにすることができていない点として、次のものがある。すなわち、本稿では1人のアナリストが企業をカバーするとい

う設定で分析を行った。ところが、現実には企業は複数のアナリストによってカバーされているのが通常である。複数のアナリストをモデルに組み込んだ場合、アナリスト間で何らかの作用が働くことによって、企業の情報提供行動とアナリストの予想行動は本稿と異なるものになるであろう。このような点の分析は今後の課題である。

### 参考文献

- [1] Admati, A. and P. Pfleiderer. 1986. A Monopolistic Market for Information. *Journal of Economic Theory* 39(2): 400-438.
- [2] Guttman, I. 2010. The Timing of Analysts' Earnings Forecasts. *The Accounting Review* 85(2): 513-545.
- [3] Kyle, A. 1985. Continuous Auctions and Insider Trading. *Econometrica* 53(6): 1315-1335.
- [4] 小谷学. 2024. 「企業情報の質的水準とアナリスト予想のタイミング—私的開示のケース—」『産業経営研究』43:59-77.

### Appendix

#### 補題3の証明

アナリストにとって最適なタイミングを導出するために、(19)式の  $Z(t)$  を最大化する  $t^*$  を求める。仮定および(4)式のとおり、 $\rho_y(t) = D_0 + (1 - D_0)t$  および  $\rho_z(t) = F_0 + \alpha \cdot (1 - D_0)t$  として表されたことから、 $Z(t)$  は以下のように書ける。

$$Z(t) = \frac{1}{\rho_d + D_0 + (1 - D_0)t} - \frac{1}{\rho_d + D_0 + (1 - D_0)t + F_0 + \alpha \cdot (1 - D_0)t} \quad (30)$$

上式を  $t$  で偏微分することにより、以下を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z(t)}{\partial t} &= -\frac{(1 - D_0)}{\{\rho_d + D_0 + (1 - D_0)t\}^2} \\ &\quad + \frac{(1 + \alpha)(1 - D_0)}{\{\rho_d + D_0 + F_0 + (1 + \alpha)(1 - D_0)t\}^2} \\ &= -\left( \frac{\sqrt{1 - D_0}}{\rho_d + D_0 + (1 - D_0)t} + \frac{\sqrt{(1 + \alpha)(1 - D_0)}}{\rho_d + D_0 + F_0 + (1 + \alpha)(1 - D_0)t} \right) \cdot \\ &\quad \left( \frac{\sqrt{1 - D_0}}{\rho_d + D_0 + (1 - D_0)t} - \frac{\sqrt{(1 + \alpha)(1 - D_0)}}{\rho_d + D_0 + F_0 + (1 + \alpha)(1 - D_0)t} \right) \quad (31) \end{aligned}$$

2つの括弧のうち、1つ目のものは明らかに正であるから、1階の条件が成立するためには、

$$\frac{\sqrt{1 - D_0}}{\rho_d + D_0 + (1 - D_0)t} - \frac{\sqrt{(1 + \alpha)(1 - D_0)}}{\rho_d + D_0 + F_0 + (1 + \alpha)(1 - D_0)t} = 0 \quad (32)$$

でなければならない。上式を  $t$  について解けば、(20)式を得る。この右辺を  $t^\circ$  とおく。すると、 $t < t^\circ$  となる領域では  $\partial Z(t)/\partial t > 0$ 、 $t = t^\circ$  のとき0、 $t > t^\circ$  の領域では  $\partial Z(t)/\partial t < 0$  となることがわかる。つまり、 $Z(t)$  は、 $t^\circ$  で最大値をとる単峰型の関数である。

いま  $0 < t^\circ < 1$  であるとしよう。この場合、明らかに  $t^* = t^\circ$  である。それに対し、 $t^\circ \leq 0$  であるとしよう。この場合、开区間  $t \in (0, 1)$  において  $Z(t)$  は単調減少であり、時点0に近いほど  $Z(t)$  の値は大きくなるものの、最大値は存在しない。他方、 $t^\circ \geq 1$  であるとしよう。この場合、开区間  $t \in (0, 1)$  において  $Z(t)$  は単調増加であり、時点1に近いほど  $Z(t)$  の値は大きくなるものの、最大値は存在しない。(証明終わり)

#### 命題1の証明

(22)式の  $E\psi$  に(20)式の  $t$  を代入した値は、 $D_0$  と  $F_0$  の関数になる。表記の簡単化のため  $\sqrt{1 + \alpha} = s$  とすると、この  $E\psi$  については、

$$\frac{\partial E\psi}{\partial F_0} = -2 \frac{(s^2 - s^2)D_0^2 - (2s^3 + cs^2 - 2s^2 - c)D_0 + s^3 - c\rho_d s^2 - s^2 + Fcs + c\rho_d + Fc}{(1 - D_0)^2 (s - 1)^2 s^2 (s + 1)} \quad (33)$$

および

$$\frac{\partial^2 E\psi}{\partial F_0^2} = -\frac{2c}{(1 - D_0)^2 (s - 1)^2 s^2} < 0 \quad (34)$$

となる。(34)式が負であることから、1階の条件 $\partial E\psi/\partial F_0 = 0$ となる $F_0$ を求めると、

$$F_0 = \frac{(1 - s)s^2(1 - D_0)^2 + c(\rho_d + D_0)(s^2 - 1)}{c(1 + s)} \quad (35)$$

となる。これを $E\psi$ に代入して整理すると、

$$E\psi = \frac{s^2 D_0^2 + 2s(cs - s + c)D_0 + 2c\rho_d s(1 + s) + s^2}{c(1 + s)^2} \quad (36)$$

が得られる。このことから、 $E\psi$ は $D_0$ に関して下に凸な2次関数であることがわかる。 $D_0$ のとりうる範囲については $0 < D_0 \leq \bar{D}$ であったから、企業はこの範囲内で $E\psi$ を最大化する $D_0$ を選択するはずである。

ここで、 $E\psi$ を表す(36)式は、 $D_0 = (s - c - cs)/s$ のときに最小値をとるが、以下のようにして $s - c - cs < 0$ であることがわかる。すなわち、後に命題2の証明において $\partial t^*/\partial \bar{D} < 0$ という事実が示される。このことは $\bar{D} \in (0, 1)$ において $t^*$ が単調減少であることを意味している。 $\bar{D}$ が0に近づくほど $t^*$ は大きな値をとるが、 $0 < t^* < 1$ の仮定から $\bar{D}$ の極限0においても $t^* < 1$ でなければならない。これを整理すると、 $s - c - cs < 0$ が得られる。

よって、 $E\psi$ は $(0, \bar{D}]$ において単調増加であり、企業は $D_0 = \bar{D}$ を選択することになる。そのとき $F_0$ を表す(35)式から命題1の(24)式が得られる。また(20)式に $F_0$ を表す(24)式を代入して整理すれば、

$$t = \frac{(1 - D_0)s}{c(1 + s)} \quad (37)$$

を得る。(証明終わり)

## 命題2の証明

$\partial F_0^*/\partial c$ ,  $\partial t^*/\partial c$ ,  $\partial t^*/\partial \alpha$ ,  $\partial F_0^*/\partial \rho_d$ , および $\partial t^*/\partial \bar{D}$ については明らかなため、証明を省略する。 $\partial F_0^*/\partial \bar{D}$ については、 $\sqrt{1 + \alpha} = s$ とすると、

$$\frac{\partial F_0^*}{\partial \bar{D}} = \frac{(s - 1)\{2s^2(1 - \bar{D}) + c(s + 1)\}}{c(1 + s)} > 0 \quad (38)$$

となる。また、 $\partial F_0^*/\partial s$ については、

$$\frac{\partial F_0^*}{\partial s} = \frac{c(1 + s)^2(\rho_d + \bar{D}) - 2s(1 - \bar{D})^2(s^2 + s - 1)}{c(1 + s)^2} \quad (39)$$

と整理できる。上式のうち、分母は明らかに正であるため、分子の $s$ の3次関数を $-\zeta(s)$ とにおいて、その形状を調べる。 $\zeta(s)$ を $s$ で微分すると、

$$\frac{d\zeta(s)}{ds} = -2(s + 1)\{(3s - 1)(1 - \bar{D})^2 - c(\rho_d + \bar{D})\} \quad (40)$$

となるので、 $\zeta(s)$ は $s = -1$ のときに極大値 $2(1 - \bar{D})^2$ という正値をとる。また、 $s = 1/3 + (c\rho_d + c\bar{D})/(3(1 - \bar{D})^2)$ のときに極小値をとることがわかる。なお、極小値は煩雑な表現となるため、それ自体からは正負が判然としないが、 $\zeta(0) = -c(\rho_d + \bar{D}) < 0$ かつ極小値を与える $s$ は正であることから、極小値は負となることがわかる。

また、 $\zeta(1) = 2\{(1 - \bar{D})^2 - 2c\bar{D} - 2c\rho_d\}$ となるが、以下のようにして $\zeta(1) < 0$ であることがわかる。すなわち、(38)式のとおり $\partial F_0^*/\partial \bar{D} > 0$ であることから、 $\bar{D} \in (0, 1)$ において $F_0^*$ は単調増加である。 $\bar{D}$ が0に近づくほど $F_0^*$ は小さな値をとるが、 $F_0^* \geq 0$ の仮定から $\lim_{\bar{D} \rightarrow 0} F_0^* \geq 0$ でなければならない。これを整理すると、 $c\rho_d \geq s^2/(s + 1)$ という関係式を得る。ここで、小谷(2024)における命題2の証明と同様にして $c\rho_d > 1/2$ が成り立つため、これを利用すれば $\zeta(1) < 0$ となる。

したがって、ある $\hat{s} > 1$ が存在して、 $1 < s < \hat{s}$ の領域では $\zeta(s) < 0$ つまり $\partial F_0^*/\partial \alpha > 0$ であり、

$s \geq \hat{s}$  の領域では  $\zeta(s) \geq 0$  つまり  $\partial F_0^*/\partial \alpha \leq 0$  となることがわかる。そして、このような閾値  $\hat{s}$  は 3 次関数

$$2(1-\bar{D})^2 s^3 - \{c(\rho_d + \bar{D}) - 2(1-\bar{D})^2\} s^2 - \{2c(\rho_d + \bar{D}) + 2(1-\bar{D})^2\} s - c(\rho_d + \bar{D}) = 0 \quad (41)$$

の最大解として求めることができる。上式を  $s$  ではなく、 $\alpha$  を用いて表したのが、(29)式である。

(証明終わり)

### 命題 3 の証明

アナリストの期待利得の挙動を調べるため、(19)式で表される  $Z(t)$  の挙動を調べる。ここで、均衡における  $\rho_y(t)$  は仮定から  $\bar{D}$  と  $t^*$  の関数として表すことができる。また、均衡における  $\rho_z(t)$  は (4) 式より  $F_0^*$ 、 $\alpha$ 、 $\bar{D}$  および  $t^*$  の関数として書ける。さらに命題 1 より、 $F_0^* = F_0^*(\bar{D}, \alpha, c, \rho_d)$  および  $t^* = t^*(\bar{D}, \alpha, c)$  と表すことができる。よって、(19)式の最大値関数を  $V_Z$  と置くと、以下のように表記することができる。

$$\begin{aligned} V_Z &= Z(t^*(\bar{D}, \alpha, c), F_0^*(\bar{D}, \alpha, c, \rho_d), \bar{D}, \alpha, \rho_d) \\ &= Z(t^*(\bar{D}, s, c), F_0^*(\bar{D}, s, c, \rho_d), \bar{D}, s, \rho_d) \end{aligned} \quad (42)$$

なお、表記の簡単化のため、 $\sqrt{1+\alpha} = s$  とした。ここで、(42)式を

$$V_Z = V_Z(t^*(s), F_0^*(s), s) \quad (43)$$

とみると、以下が得られる。

$$\frac{\partial V_Z}{\partial s} = \underbrace{\frac{\partial V_Z}{\partial t^*}}_{=0} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial s} + \frac{\partial V_Z}{\partial F_0^*} \cdot \frac{\partial F_0^*}{\partial s} + \frac{\partial Z}{\partial s} \quad (44)$$

なお、以下が成り立つ。

$$\frac{\partial V_Z}{\partial F_0^*} = \frac{1}{\{\rho_d + \bar{D} + s^2(1-\bar{D})t^* + F_0^*\}^2} > 0 \quad (45)$$

$$\frac{\partial F_0^*}{\partial s} = \frac{-\zeta(s)}{c(s+1)^2} \quad (46)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial s} = \frac{2(1-\bar{D})st^*}{\{\rho_d + \bar{D} + s^2(1-\bar{D})t^* + F_0^*\}^2} > 0 \quad (47)$$

これらのうち、(46)式の  $\zeta(s)$  については、 $s$  の増加に従って符号が反転するため、 $\partial F_0^*/\partial s$  の正負は一概に言えない。しかしながら、計算の結果、

$$\frac{\partial V_Z}{\partial s} = \frac{c\{c(s+1)^2(\rho_d + \bar{D}) + 2s(1-\bar{D})^2\}}{s^2\{s(1-\bar{D})^2 + c(1+s)(\rho_d + \bar{D})\}^2} > 0 \quad (48)$$

となることがわかる。

次に、(42)式を

$$V_Z = V_Z(t^*(c), F_0^*(c)) \quad (49)$$

とみると、

$$\frac{\partial V_Z}{\partial c} = \underbrace{\frac{\partial V_Z}{\partial t^*}}_{=0} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial c} + \underbrace{\frac{\partial V_Z}{\partial F_0^*}}_{=0} \cdot \frac{\partial F_0^*}{\partial c} \quad (50)$$

となるが、

$$\frac{\partial F_0^*}{\partial c} = \frac{(1-\bar{D})^2(s-1)s^2}{c^2(s+1)} > 0 \quad (51)$$

であることから、結局  $\partial V_Z/\partial c > 0$  である。

また、(42)式を

$$V_Z = V_Z(F_0^*(\rho_d), \rho_d) \quad (52)$$

とみると、

$$\frac{\partial V_Z}{\partial \rho_d} = \underbrace{\frac{\partial V_Z}{\partial F_0^*}}_{>0} \cdot \frac{\partial F_0^*}{\partial \rho_d} + \frac{\partial Z}{\partial \rho_d} \quad (53)$$

とできるが、ここで、

$$\frac{\partial F_0^*}{\partial \rho_d} = s - 1 > 0 \quad (54)$$

および

$$\frac{\partial Z}{\partial \rho_d} = \frac{1}{(\rho_d + s^2 t^* + F_0^*)^2} - \frac{1}{(\rho_d + t^*)^2} < 0 \quad (55)$$

である。これらに基づいて計算すれば、

$$\frac{\partial V_Z}{\partial \rho_d} = -\frac{c^2(s-1)(s+1)^2}{s\{s(1-\bar{D})^2+c(1+s)(\rho_d+\bar{D})\}^2} < 0 \quad (56)$$

となる。また、(42)式を

$$V_Z = V_Z(t^*(\bar{D}), F_0^*(\bar{D}), \bar{D}) \quad (57)$$

とみる。これより、

$$\frac{\partial V_Z}{\partial \bar{D}} = \frac{\partial V_Z}{\partial t^*} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial \bar{D}} + \frac{\partial V_Z}{\partial F_0^*} \cdot \frac{\partial F_0^*}{\partial \bar{D}} + \frac{\partial V_Z}{\partial \bar{D}} \quad (58)$$

であるが、

$$\frac{\partial F_0^*}{\partial \bar{D}} = \frac{2(1-\bar{D})(s-1)s^2+c(s^2-1)}{c(1+s)} > 0 \quad (59)$$

および

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_Z}{\partial \bar{D}} &= \frac{1-s^2t^*}{\{\rho_d+\bar{D}+s^2(1-\bar{D})t^*+F_0^*\}^2} \\ &\quad - \frac{1-t^*}{\{\rho_d+\bar{D}+(1-\bar{D})t^*\}^2} \\ &= -\frac{c^2(s-1)(s+1)^3}{s^2\{s(1-\bar{D})^2+c(1+s)(\rho_d+\bar{D})\}^2} < 0 \quad (60) \end{aligned}$$

となる。これらに基づいて計算すれば、

$$\frac{\partial V_Z}{\partial \bar{D}} = \frac{c(s-1)(s+1)(2s-cs-c-2\bar{D}s)}{s\{s(1-\bar{D})^2+c(1+s)(\rho_d+\bar{D})\}^2} \quad (61)$$

となり、その符号は分子の  $(2s-cs-c-2\bar{D}s)$  に依存していることがわかる。

次に、企業の期待利得の挙動を明らかにするため、(22)式の  $E\psi$  の挙動を調べる。ここで、命題1より、 $F_0^* = F_0^*(\bar{D}, \alpha, c, \rho_d)$  および  $t^* = t^*(\bar{D}, \alpha, c)$  と表すことができる。よって、 $E\psi$  の最大値関数を  $V_\psi$  と置くと、以下のように表記することができる。

$$\begin{aligned} V_\psi &= E\psi(t^*(\bar{D}, \alpha, c), F_0^*(\bar{D}, \alpha, c, \rho_d), \bar{D}, \alpha, \rho_d, c) \\ &= E\psi(t^*(\bar{D}, s, c), F_0^*(\bar{D}, s, c, \rho_d), \bar{D}, s, \rho_d, c) \end{aligned} \quad (62)$$

ここで、(62)式を

$$V_\psi = V_\psi(F_0^*(t^*(s)), s) \quad (63)$$

とみると、以下が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\psi}{\partial s} &= \frac{\partial V_\psi}{\partial F_0^*} \cdot \frac{\partial F_0^*}{\partial t^*} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial s} + \frac{\partial E\psi}{\partial s} \\ &= \frac{2\{c(s+1)(\rho_d+\bar{D})+s(1-\bar{D})^2\}}{c(s+1)^3} > 0 \end{aligned} \quad (64)$$

次に、(62)式を

$$V_\psi = V_\psi(F_0^*(t^*(c)), c) \quad (65)$$

とみると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\psi}{\partial c} &= \frac{\partial V_\psi}{\partial F_0^*} \cdot \frac{\partial F_0^*}{\partial t^*} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial c} + \frac{\partial E\psi}{\partial c} \\ &= -\frac{(1-\bar{D})^2s^2}{c^2(s+1)^2} < 0 \end{aligned} \quad (66)$$

となる。また、(62)式を

$$V_\psi = V_\psi(F_0^*(\rho_d), \rho_d) \quad (67)$$

とみると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\psi}{\partial \rho_d} &= \frac{\partial V_\psi}{\partial F_0^*} \cdot \frac{\partial F_0^*}{\partial \rho_d} + \frac{\partial E\psi}{\partial \rho_d} \\ &= \frac{2s}{s+1} > 0 \end{aligned} \quad (68)$$

となる。最後に、(62)式を

$$V_\psi = V_\psi(F_0^*(t^*(\bar{D})), \bar{D}) \quad (69)$$

とみると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\psi}{\partial \bar{D}} &= \frac{\partial V_\psi}{\partial F_0^*} \cdot \frac{\partial F_0^*}{\partial t^*} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial \bar{D}} + \frac{\partial E\psi}{\partial \bar{D}} \\ &= \frac{2s(\bar{D}s+cs-s+c)}{c(s+1)^2} > 0 \end{aligned} \quad (70)$$

を得る。(証明終わり)

