

熊本学園大学産業経営研究第45号抜刷

2026年3月発行

<一般研究論文>

情報を有するトレーダー間の競争について  
—流動性需要の役割—

小 谷 学

熊 本 学 園 大 学

産 業 経 営 研 究 所

# 情報を有するトレーダー間の競争について

## —流動性需要の役割—

小 谷 学

### 概要

本研究では、情報トレーダー間の競争が証券市場の流動性や市場参加者の経済厚生に与える影響を理論的に解明する。小谷（2021）はディスクロージャーの質と情報トレーダーの厚生の関係が流動性トレーダーのリスク選好に依存することを示したが、情報トレーダー数を1名に固定していた。本稿はこの限界をふまえ、Kyle型の1期間モデルを拡張し、複数の情報トレーダー、1名の流動性トレーダー、完全競争下のマーケット・メーカーを導入して線形均衡を導出する。流動性トレーダーがリスク中立的な場合とリスク回避的な場合を比較した結果、流動性トレーダーのリスク選好によって競争の影響が反転することが判明した。具体的には、流動性トレーダーがリスク中立的なら、競争は情報トレーダーの利得を低下させ、超過利益ゼロの自由参入均衡として参入者数が定まる。一方、流動性トレーダーがリスク回避的なら競争は利得を押し上げ、参入が抑制されず情報トレーダー数が無限に発散し得る。

キーワード：情報トレーダー、流動性トレーダー、リスク回避的、マイクロストラクチャー

### 1 はじめに

本研究の目的は、情報トレーダー間の競争が、証券市場の流動性や市場参加者の経済厚生にどのような影響を与えるかを理論的に明らかにす

ることである。とりわけ、情報優位なプレイヤーが複数存在するとき、競争が彼らの経済厚生を単純に押し下げなのか、あるいは市場の取引活発化を通じて別の効果を生むのかを考察することを目的としている。

先行研究である小谷（2021）は、情報トレーダー、流動性トレーダー、マーケット・メーカーの三者からなるマイクロストラクチャー・モデルを用い、ディスクロージャーの質の向上が情報トレーダーの経済厚生に与える影響を分析した。その結論は、流動性トレーダーのリスクに対する選好の想定に強く依存し、流動性トレーダーをリスク中立とすればディスクロージャーの質の上昇により情報トレーダーの厚生は悪化する一方、流動性トレーダーをリスク回避的とすれば逆に改善することが示された。しかし、小谷（2021）には情報トレーダーの数が1名に固定されているという限界がある。

情報トレーダーに超過利益が生じる局面では、長期的に参入誘因が働き、複数のライバルが市場に参加することで競争が生じると考えるのが自然である。このとき、競争は情報優位から得られる超過利益を希薄化させることが予想される。しかし一方で、情報トレーダーの増加が価格の情報効率性を高め、流動性トレーダーの取引を誘発するならば、情報トレーダーの期待利得を押し上げる力も同時に働き得る。このように相反する二つの作用をふまえると、情報トレーダーの競争が厚生に与える帰結は自明ではなく、体系的な分析が必要である。

先行研究を概観すると、複数の情報トレーダーを扱う古典的枠組みとして Holden and Subrahmanyam (1992) がある。一方、情報トレーダーのリスク回避性に注目した研究として Subrahmanyam (1991) がある。同研究は情報トレーダー数の増加が市場の流動性に与える影響を分析している。また Spiegel and Subrahmanyam (1992) は、情報トレーダーが複数存在し得る環境の下で、非情報トレーダー側のヘッジ動機を明示的に組み込んだ枠組みを提示している。もっとも、Kyle (1985) に代表されるように、流動性需要を外生的に扱う研究も多く、流動性トレーダーのリスク回避性を明示的に導入したうえで、情報トレーダーの参入・競争を体系的に分析する研究は相対的に少ない。Mendelson and Tunca (2004) はリスク回避的な流動性トレーダーを想定する点で重要だが、単一の情報トレーダーを前提としており、参入競争は扱われない。以上より、「複数の情報トレーダー」と「流動性トレーダーのリスク回避性」が交差し、かつ参入・競争を明示的に組み込む領域には、なお検討の余地が残されている。

本研究では Kyle (1985) を基礎として、複数の情報トレーダー、1名の流動性トレーダー、および完全競争下のマーケット・メーカーからなる1期間モデルを構築する。情報トレーダーはリスク資産の清算価値に関する私的情報を有し、私的情報と公的情報をふまえて期待利得を最大化するよう発注量を決定する。流動性トレーダーは公的情報を観察したうえで、自身の流動性需要に応じて発注量を定める。マーケット・メーカーは公的情報とネットの注文量を観察し、注文を吸収するよう価格を設定する。本稿では、この設定のもとで均衡を構成する線形戦略を導出し、流動性トレーダーがリスク中立的な場合とリスク回避的な場合の2ケースを比較する。

分析から得られる最も顕著な結果は、流動性トレーダーのリスク選好によって競争効果の符号が反転する点である。すなわち、流動性トレーダーがリスク中立的な場合、情報トレーダー間の競争は期待利得を減少させ、超過利益がゼロとなるような自由参入均衡として情報トレーダー数が定まる。他方、流動性トレーダーがリスク回避的な場合には、競争がむしろ情報トレーダーの期待利益を増加させ、参入が抑制されず情報トレーダー数が無限に発散する。ここでは、参入が参入を呼ぶネットワーク外部性が働くことが示唆される。

本稿の構成は次のとおりである。第2節でモデルの基本設定を述べる。第3節ではベンチマークとして流動性トレーダーがリスク中立的な場合を分析する。第4節では対照的に流動性トレーダーがリスク回避的な場合を検討し、競争効果の反転と無限参入のメカニズムを明らかにする。第5節で結論と今後の課題を述べる。

## 2 モデルの設定

本研究のモデルには、無リスク資産とリスク資産が存在する。簡単化のため、無リスク利子率はゼロとする。リスク資産の清算価値  $\bar{d}$  は次のような確率分布に従うとする。

$$\bar{d} \sim N(\bar{d}, 1/\rho_d)$$

本研究では、時点0, 1, 2, 3の4つの時点があるとする。時点0では  $\bar{d}$  の実現値  $\bar{d}$  が決まる。次の時点1では、 $\bar{d}$  に関する公的情報  $\tilde{y}$  が公開される。ここに、

$$\tilde{y} = \bar{d} + \tilde{\epsilon}_y, \quad \tilde{\epsilon}_y \sim N(0, 1/\rho_y)$$

であるとする。また、時点1では、 $\bar{d}$  に関する私的情報  $\tilde{z}$  が情報生産される。ここに、

$$\tilde{z} = \bar{d} + \tilde{\epsilon}_z, \quad \tilde{\epsilon}_z \sim N(0, 1/\rho_z)$$

であるとする<sup>1</sup>。

なお、 $\tilde{d}$ 、 $\tilde{\epsilon}_y$ 、および  $\tilde{\epsilon}_z$  は相互に独立に分布する。そして、このリスク資産は時点 2 において価格  $p$  で取引された後、時点 3 で清算価値  $d$  が配当されるとする。

このゲームは、 $m$  人の対称的な情報トレーダー、1 人のマーケット・メーカー、および 1 人の流動性トレーダーから構成される。なお、 $m$  は 1 より大きい自然数である。情報トレーダー  $i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) は、時点 1 において  $\tilde{y}$  の実現値  $y$  を観察する。あわせて、情報トレーダーは情報収集コスト  $c$  を支払って、 $\tilde{z}$  の実現値  $z$  を観察する。情報トレーダーは、公的情報  $y$  と私的情報  $z$  をもとに清算価値  $\tilde{d}$  を予想して、時点 2 で発注量  $a_i$  を決定する。次に、流動性トレーダーは時点 1 において公的情報  $\tilde{y}$  を観察した後、時点 2 で発注量  $u$  を決定する。最後に、マーケット・メーカーはリスク中立的であり、完全競争にさらされているとする。彼も流動性トレーダーと同様に公的情報  $y$  を入手することができる。彼は時点 1 において観察した  $\tilde{y}$  と時点 2 で観察したネットの発注量をもとに、時点 2 で価格  $p$  を設定する。

ゲームの流れは次のとおりである。時点 2 において  $m$  人の情報トレーダーはそれぞれ  $a_i$  の注文を、流動性トレーダーは  $u$  の注文を出す。マーケット・メーカーはネットの発注量を観察したうえで、それを吸収するように価格  $p$  を設定する。以下では、ネットの発注量を  $q$  で表す。つまり、

$$q = \sum_{i=1}^m a_i + u \quad (1)$$

とおく。なお、本研究のモデルにおいて、 $\tilde{d}$ 、 $\tilde{y}$ 、および  $\tilde{z}$  の確率分布と  $y$  の実現値は、プレイヤー間の共有知識であるとしている。また、その他のパラメータについては、随時述べることにする。

### 3 流動性トレーダーがリスク中立的なケース

#### 3.1 均衡

本節ではベンチマークとして、流動性トレーダーがリスク中立的で、無作為に発注するケースを考える。この場合、流動性トレーダーは発注量  $u$  を以下のようにランダムに決定する。

$$u \sim N(0, \sigma_u^2)$$

$u$  の確率分布は、すべてのプレイヤーの共有知識であるとする。

流動性トレーダーがリスク中立的な場合のゲームの均衡は、以下のような発注戦略  $a_i$  および価格形成ルール  $p$  である。

1.  $a_i$  は以下の最大化問題の解である。

$$\max_{a_i} E[(d-p)a_i | y, z] \quad (2)$$

2.  $p$  は  $d$  に関するマーケット・メーカーの条件付期待値に等しい。

$$p = E(d | q, y) \quad (3)$$

以下では、線形戦略による均衡を求めめるために、情報トレーダーの発注戦略、およびマーケット・メーカーの価格設定ルールについて、次のように想定する。

- 情報トレーダーの発注戦略

$$a_i = \beta \{E(d | y, z) - E(d | y)\} \quad (4)$$

- マーケット・メーカーの価格設定ルール

$$p = E(d | y) + \lambda q \quad (5)$$

(4) 式では、情報集合  $\{y, z\}$  に基づく清算価値の期待値  $E(d | y, z)$  とマーケット・メーカーが抱く期待値  $E(d | y)$  との乖離に応じて注文を出す情報トレーダーが想定されている。

<sup>1</sup> 先行研究である小谷 (2021) では、分析の簡単化のため、情報トレーダーは私的情報ではなく、清算価値そのものを直接観察することとしていた。私的情報を導入してモデルを拡張することにより、より多面的な分析が可能となる。

パラメータ  $\beta$  は、売買の積極性の程度を表している。また、(5) 式の解釈は以下のとおりである。すなわち、マーケット・メーカーは公的情報  $y$  とネットの発注量  $q$  の2つを考慮して価格設定を行うであろう。パラメータ  $\lambda$  は、発注量に対する価格の感応度を表している。

ここで、以下のように変数  $\Sigma_1$  を定義する。

$$\Sigma_1 := E[\{E(d|y, z) - E(d|y)\}^2] \quad (6)$$

この  $\Sigma_1$  は、情報集合  $\{y, z\}$  に基づく  $d$  の推定値と情報集合  $\{y\}$  のみに基づく  $d$  の推定値の乖離を表している。したがって、情報トレーダーとその他のプレーヤーとの間の情報の非対称性を表す尺度であると見ることができる。 $\Sigma_1$  の挙動を理解するため、以下の補題を示す。

(補題)

$\Sigma_1$  に関して、以下が成り立つ。

$$\Sigma_1 = \frac{1}{\rho_d + \rho_y} - \frac{1}{\rho_d + \rho_y + \rho_z} \quad (7)$$

これより、 $\partial \Sigma_1 / \partial \rho_d < 0$ 、 $\partial \Sigma_1 / \partial \rho_y < 0$ 、および  $\partial \Sigma_1 / \partial \rho_z > 0$  が得られる。

(証明)

$$\begin{aligned} & E[\{E(d|y, z) - E(d|y)\}^2] \\ &= \frac{1}{(\rho_d + \rho_y + \rho_z)(\rho_d + \rho_y)} \end{aligned} \quad (8)$$

上式に部分分数分解を適用すれば、(7) 式を得る。そのうえで、 $\Sigma_1$  を  $\rho_d$ 、 $\rho_y$ 、および  $\rho_z$  で偏微分すればよい。■

このように、清算価値の分散（ボラティリティ）が小さくなるほど、また、公的情報の精度が上昇するほど、情報の非対称性は小さくなる。一方、私的情報の精度が上昇するほど、情報の非対称性は拡大することになる。

さて、ゲームの均衡を求めると、以下の結果が得られる。

(命題 1)

流動性トレーダーはリスク中立的であるとする。均衡における情報トレーダーの発注戦略、およびマーケット・メーカーの価格設定ルール

は以下のとおりである。

$$a_i = \beta \{E(d|y, z) - E(d|y)\} \quad (9)$$

$$p = E(d|y) + \lambda q \quad (10)$$

ここに、それぞれのパラメータは以下のとおりである。

$$\beta = m^{-\frac{1}{2}} \Sigma_1^{-\frac{1}{2}} \sigma_u \quad (11)$$

$$\lambda = m^{\frac{1}{2}} (m+1)^{-1} \Sigma_1^{\frac{1}{2}} \sigma_u^{-1} \quad (12)$$

(証明)

補遺を参照。

(命題 1) の結果に基づき、ここでは3つの特徴を指摘しておく。第1に、 $\beta > 0$  であることから、情報トレーダーは第2時点において、期待値  $E(d|y, z)$  が  $E(d|y)$  を上回るときに買い注文を出す。第2に、 $\beta$  は  $m$  の減少関数であることから分かるように、ライバルとなる情報トレーダーの数が増えるほど、個々のトレーダーの積極性は低下する。第3に、 $\lambda > 0$  となることから、公的情報に基づく期待値  $E(d|y)$  を所与とすると、ネットの発注量  $q$  が多いほど、マーケット・メーカーは価格  $p$  を高く設定する。なお、 $\lambda$  と情報トレーダー数  $m$  の関係については(系1)で後述する。

### 3.2 取引に参加する情報トレーダーの数

前項の結果をふまえ、本項では取引に参加する情報トレーダーの数の挙動について明らかにする。次の(命題2)は、自由参入が可能な場合、均衡における情報トレーダー数  $m^*$  はどのような水準に決まるのかを述べている。

(命題 2)

流動性トレーダーはリスク中立的であるとする。取引に参加する情報トレーダーの数  $m$  が増えるほど、情報トレーダーの期待利益  $E(\pi_i|y, z)$  は低下する。その結果、均衡における情報トレーダー数  $m^*$  は

$$(m^*)^{-\frac{1}{2}}(m^*+1)^{-1}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}\sigma_u-c=0 \quad (13)$$

を満たす水準に決まる。

(証明)

情報トレーダーの期待利益  $E(\pi_i|y, z)$  は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} E(\pi_i|y, z) &= E[E[(d-p)a_i|y, z]] - c \\ &= E[E[\{d-E(d|y)-\lambda(ma_i+u)\}a_i|y, z]] - c \\ &= E[\beta(1-m\lambda\beta)\{E(d|y, z)-E(d|y)\}^2] - c \\ &= (\beta-m\lambda\beta^2)\Sigma_1 - c \quad (14) \end{aligned}$$

ここで、 $\beta$ と $\lambda$ を代入すれば、

$$E(\pi_i|y, z) = m^{-\frac{1}{2}}(m+1)^{-1}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}\sigma_u - c \quad (15)$$

を得る。これを  $m$  で偏微分すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(\pi_i|y, z)}{\partial m} \\ = -\frac{3m+1}{2}m^{-\frac{3}{2}}(m+1)^{-2}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}\sigma_u < 0 \quad (16) \end{aligned}$$

が成り立つ。

なお、長期的には、参入する情報トレーダーの数  $m^*$  は  $E(\pi_i|y, z)=0$  となるような水準に決まるであろう。すなわち、 $m^*$  は

$$(m^*)^{-\frac{1}{2}}(m^*+1)^{-1}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}\sigma_u - c = 0 \quad (17)$$

を満たす。■

このように情報トレーダーが超過利益を獲得するとき、潜在的競争者が取引に参加する。そして、長期的には超過利益がゼロとなる水準まで取引参加者数が増加することになる。では、この取引参加者数の増加は、市場の流動性にどのような影響を及ぼすのだろうか。次の(系1)は流動性の性質を明らかにしている。

(系1)

流動性トレーダーはリスク中立的であるとす。市場の流動性指標  $1/\lambda$  は、情報トレーダー数が増加するほど高くなる。

(証明)

(12) 式で表される  $\lambda$  を  $m$  で偏微分すると、以下を得る。

$$\frac{\partial \lambda}{\partial m} = -\frac{m-1}{2m^{\frac{1}{2}}(m+1)^2}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}\sigma_u^{-1} < 0 \quad (18)$$

よって、 $1/\lambda$  は情報トレーダー数  $m$  が増加するほど高くなる。■

以上のように、情報トレーダー数の増加は、市場の流動性を高める。これは Holden and Subrahmanyam (1992) によれば、情報トレーダー数が増えるほど、市場全体の注文は情報を正確に反映するためである。

さて、自由参入を前提とした場合、取引に参加する情報トレーダーの数はどのような要因によって影響を受けるであろうか。(系2)は、情報の非対称性  $\Sigma_1$  と情報トレーダー数  $m^*$  の関係を明らかにしている。

(系2)

流動性トレーダーはリスク中立的であるとす。情報の非対称性  $\Sigma_1$  が増加すると、 $E(\pi_i|y, z) = 0$  となる情報トレーダー数  $m^*$  は増加する。

(証明)

$m^*$  を用いて  $E(\pi_i|y, z) = 0$  を表すと以下のようなになる。

$$(m^*)^{-\frac{1}{2}}(m^*+1)^{-1}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}\sigma_u - c = 0 \quad (19)$$

$m^*$  を  $\Sigma_1$  の関数とみると、上式は  $F(m^*(\Sigma_1), \Sigma_1) = 0$  と書けるので、陰関数定理より

$$\frac{\partial m^*}{\partial \Sigma_1} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial \Sigma_1}}{\frac{\partial F}{\partial m^*}} \quad (20)$$

とできる。ここで、

$$\frac{\partial F}{\partial \Sigma_1} = \frac{1}{2}(m^*)^{-\frac{1}{2}}(m^*+1)^{-1}\Sigma^{-\frac{1}{2}}\sigma_u > 0 \quad (21)$$

であるとともに、

$$\frac{\partial F}{\partial m^*} = -\frac{3m^* + 1}{2(m^*)^{\frac{3}{2}}(m^* + 1)^2} \Sigma_1^{\frac{1}{2}} \sigma_u < 0 \quad (22)$$

が成り立つから、 $\partial m^* / \partial \Sigma_1 > 0$ が言える。■

(系2)は以下のように解釈すればよいであろう。すなわち、(14)式から明らかなように、情報の非対称性 $\Sigma_1$ は情報トレーダーにとって利益の源泉である。したがって、 $\Sigma_1$ が増加するとき、情報トレーダーの新規参入が生じ、新たな $m^*$ は超過利益がゼロになる水準まで増加するのである。(補題)に基づけば、 $\rho_d$ や $\rho_y$ の低下、あるいは $\rho_z$ の上昇は情報の非対称性 $\Sigma_1$ を拡大し、 $m^*$ を増加させることになる。

#### 4 流動性トレーダーがリスク回避的なケース

##### 4.1 均衡

前節ではベンチマークとして流動性トレーダーがリスク中立的なケースを考察したが、本節ではリスク回避性を前提とした分析を行う。本節の流動性トレーダーは、小谷(2021)と同様に、Mendelson and Tunca(2004)のモデルに従う。具体的には、リスク資産の清算価値が $d$ のとき、その資産に対する彼の主観的な評価額は $d+n$ であるとする。ここに $\tilde{n}$ は時点0に実現する確率変数で、

$$\tilde{n} \sim N(0, \sigma_n^2)$$

に従うこととする。 $n$ の値が大きいとき、その資産に対する彼の主観的な評価は高くなり、より多くの買い注文を出すのである。 $\tilde{n}$ の確率分布は全てのプレイヤーの共有知識であるが、 $\tilde{n}$ の実現値 $n$ は流動性トレーダーだけが観察可能であり、他のプレイヤーは観察できないものとする。

流動性トレーダーの効用関数は、絶対的リスク回避度が一定の形状をしているとする。すなわち、危険回避度を $\gamma$ ( $\gamma > 0$ )とすると、彼の

期待効用 $E(U|n, y)$ は、以下のように表すことができる。

$$E(U|n, y) = -E[\exp(-\gamma s) | n, y] \quad (23)$$

ここに、 $s$ は第3時点における富に対する流動性トレーダーの主観的な評価額であるとする。

本節における均衡は、以下のような発注戦略 $a_i$ および $u$ と、価格形成ルール $p$ である。

1.  $a_i$ は以下の最大化問題の解である。

$$\max_{a_i} E[(d-p)a_i | y, z] \quad (24)$$

2.  $u$ は以下の最大化問題の解である。

$$\max_u E(U|n, y) \quad (25)$$

3.  $p$ は $d$ に関するマーケット・メーカーの条件付期待値に等しい。

$$p = E(d|q, y) \quad (26)$$

以下では、線形戦略による均衡を求めるために、情報トレーダーの発注戦略、流動性トレーダーの発注戦略、およびマーケット・メーカーの価格設定ルールについて、次のように想定する。

- 情報トレーダーの発注戦略

$$a_i = \beta \{E(d|y, z) - E(d|y)\} \quad (27)$$

- 流動性トレーダーの発注戦略

$$u = \kappa n \quad (28)$$

- マーケット・メーカーの価格設定ルール

$$p = E(d|y) + \lambda q \quad (29)$$

(27)式と(29)式の解釈は前節と同じであるため記載を省略する。(28)式は、流動性トレーダーの発注量が、資産価値に対する主観的な評価に依存して決まることを表している。具体的には、パラメータ $\kappa$ は発注の積極性の程度を捉える変数である。以上から、次の命題が得られる。

(命題3)

流動性トレーダーはリスク回避的であるとす  
る。均衡における情報トレーダーと流動性ト  
レーダーの発注戦略、およびマーケット・メー  
カーの価格設定ルールは以下のとおりである。

$$a_i = \beta \{E(d|y, z) - E(d|y)\} \quad (30)$$

$$u = \kappa n \quad (31)$$

$$p = E(d|y) + \lambda q \quad (32)$$

ここに、それぞれのパラメータは以下のとおり  
である。

$$\beta = (m+1) \cdot \frac{(m+1) \sigma_n - 2m^{\frac{1}{2}} \Sigma_1^{\frac{1}{2}}}{\gamma m^{\frac{1}{2}} \Sigma_1^{\frac{3}{2}}} \quad (33)$$

$$\kappa = (m+1) \cdot \frac{(m+1) \sigma_n - 2m^{\frac{1}{2}} \Sigma_1^{\frac{1}{2}}}{\gamma \sigma_n \Sigma_1} \quad (34)$$

$$\lambda = \frac{1}{(m+1)^2} \cdot \frac{\gamma m^{\frac{1}{2}} \Sigma_1^{\frac{3}{2}}}{(m+1) \sigma_n - 2m^{\frac{1}{2}} \Sigma_1^{\frac{1}{2}}} \quad (35)$$

なお、 $\sigma_n^2 > \Sigma_1$ とする。

(証明)

補遺を参照。

(命題3)の結果について、以下の4つの特  
徴が指摘されよう。第1に、 $\beta > 0$ であること  
から、情報トレーダーは、期待値  $E(d|y, z)$   
が期待値  $E(d|y)$  を上回る時に買い注文を  
出す。第2に、 $\lambda > 0$ となることから、公的情  
報に基づく期待値  $E(d|y)$  を所与として、合  
計発注量  $q$ が多いほど、マーケット・メー  
カーは価格  $p$  を高く設定する。これらの点は、前節  
のリスク中立的な場合の結果と変わらない。  
第3の特徴は、 $\kappa > 0$ となることからわかるよ  
うに、流動性トレーダーは主観の評価額が正  
(負)のときは買い(売り)注文を出すという  
点である。そして、第4に $\beta, \kappa, \lambda$ のい  
ずれも情報トレーダー数  $m$ の複雑な関数と  
なっており、その挙動は必ずしも自明ではな  
い点である。なお、 $\sigma_n^2 > \Sigma_1$ という仮定は、情報  
の非対称性の大きさに比べて、流動性トレー  
ダーによる評価のばらつきが相対的に大きいこ

とを表している。このような条件が満たされな  
い場合には、売買取引が行われないため均衡は  
成立しない。本研究ではこの仮定が満たされる  
ものとする。

4.2 取引に参加する情報トレーダーの数

本項では、流動性トレーダーがリスク回避的  
な場合における、情報トレーダー数の性質につ  
いて明らかにする。次の(命題4)は、本論文  
の最も重要な主張である。

(命題4)

流動性トレーダーはリスク回避的であると  
する。取引に参加する情報トレーダーの数  $m$   
が増えるほど、情報トレーダーの期待利益  $E$   
( $\pi_i|y, z$ )は増加する。その結果、参加する情  
報トレーダーの数は無限に増加する。

(証明)

情報トレーダーの期待利益  $E(\pi_i|y, z)$  は、  
以下のように表される。

$$\begin{aligned} E(\pi_i|y, z) &= E[(d-p) a_i | y, z] - c \\ &= \{E(d|y, z) - E(d|y) - \lambda q\} \beta \\ &\quad \{E(d|y, z) - E(d|y)\} - c \\ &= [E(d|y, z) - E(d|y) - \lambda \{m\beta \\ &\quad [E(d|y, z) - E(d|y)]\}] \beta \\ &\quad \{E(d|y, z) - E(d|y)\} - c \\ &= (1 - m\lambda\beta) \beta \Sigma_1 - c \\ &= \frac{(m+1) \sigma_n - 2m^{\frac{1}{2}} \Sigma_1^{\frac{1}{2}}}{\gamma m^{\frac{1}{2}} \Sigma_1^{\frac{3}{2}}} - c \end{aligned} \quad (36)$$

上式を  $m$  で偏微分すると、

$$\frac{\partial E(\pi_i|y, z)}{\partial m} = \frac{(m-1) \sigma_n}{2m^{\frac{3}{2}} \gamma \Sigma_1^{\frac{3}{2}}} \geq 0 \quad (37)$$

を得る。■

(命題4)からわかるように、流動性トレー  
ダーのリスク回避性を前提とした場合、取引に  
参加する情報トレーダーの数が増えるほど、  
個々の情報トレーダーの期待利益は増加する。  
その結果、もし潜在的な情報トレーダー数に上

限がないならば、取引参加者数は無限大に発散することになる。この背景には以下のようなメカニズムがあると考えられる。すなわち、情報トレーダーの新規参入によって、証券価格はより多くの情報を反映することになる。そのため、流動性トレーダーが負担するリスクが低下するので、彼らは取引をより積極的に行うようになる。その結果、情報トレーダーの期待利益は改善するのである。このように、流動性トレーダーがリスク回避的な場合には、Katz and Shapiro (1985) で指摘されたようなネットワーク外部性が発生し、情報トレーダーが雪だるま式に増えていく正のフィードバックが発生することになる。

さて、流動性トレーダーのリスク回避性を前提とすると、市場の流動性はどのような挙動を示すのであろうか。次の(系3)はそれに答える。

(系3)

市場の流動性指標  $1/\lambda$  は、情報トレーダー数が増加するほど高くなる。

(証明)

補遺を参照。

このように、流動性トレーダーのリスク回避性を前提とした場合も、リスク中立性の場合と同様に、取引参加者数が増加するほど市場の流動性は向上すると言える。次に、期待利益をゼロにするような情報トレーダー数は、情報の非対称性によってどのような影響を受けるのであろうか。

(系4)

流動性トレーダーはリスク回避的であるとす。情報の非対称性  $\Sigma_1$  が増加すると、 $E(\pi_i|y, z) = 0$  となる情報トレーダー数  $m^*$  は増加する。

(証明)

$m^*$  を用いて  $E(\pi_i|y, z) = 0$  を表すと以下のようになる。

$$(m^* + 1)\sigma_n - 2(m^*)^{\frac{1}{2}}\Sigma_1^{\frac{1}{2}} - c\gamma(m^*)^{\frac{1}{2}}\Sigma_1^{\frac{3}{2}} = 0 \quad (38)$$

$m^*$  を  $\Sigma_1$  の関数とみると、上式は  $F(m^*(\Sigma_1), \Sigma_1) = 0$  と書けるので、陰関数定理より

$$\frac{\partial m^*}{\partial \Sigma_1} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial \Sigma_1}}{\frac{\partial F}{\partial m^*}} \quad (39)$$

とできる。ここで、

$$\frac{\partial F}{\partial \Sigma_1} = -\frac{1}{2}(m^*)^{\frac{1}{2}}(2 + 3c\gamma\Sigma_1)\Sigma_1^{-\frac{1}{2}} < 0 \quad (40)$$

である。また、

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial m^*} &= \sigma_n - \frac{\Sigma_1^{\frac{1}{2}}(c\gamma\Sigma_1 + 2)}{2(m^*)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \sigma_n - \frac{1}{2}(m^*)^{-\frac{1}{2}} \cdot (m^*)^{-\frac{1}{2}} \cdot (m^* + 1)\sigma_n \\ &= \sigma_n \cdot \frac{m^* - 1}{2m^*} \geq 0 \end{aligned} \quad (41)$$

となる。なお、上式の展開の過程では(38)式を用いている。

以上のように、もし  $m^* = 1$  ならば  $\partial F / \partial m^* = 0$  となって  $\partial m^* / \partial \Sigma_1$  の符号は定義できないものの、 $m^* > 2$  ならば、 $\partial m^* / \partial \Sigma_1 > 0$  が成り立つ。■

(系4)は以下のように解釈すればよい。(36)式で表される期待利益  $E(\pi_i|y, z)$  を  $\Sigma_1$  で偏微分すると以下を得る<sup>2</sup>。

$$\frac{\partial E(\pi_i|y, z)}{\partial \Sigma_1} = -\frac{3(m+1)\sigma_n - 4m^{\frac{1}{2}}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}}{2m^{\frac{1}{2}}\gamma\Sigma_1^{\frac{5}{2}}} < 0 \quad (42)$$

このように、流動性トレーダーのリスク回避性を前提とした場合には、情報の非対称性  $\Sigma_1$  は情報トレーダーの期待利益を低下させる原因となる。したがって、 $\Sigma_1$  が増加するほど、低下した期待利益を補うよう、情報トレーダーの新規参入が生じなければならないのである。

<sup>2</sup> なお、以下の符号の判定にあたっては命題4の証明における(36)式を用いている。

## 5 結論

本研究の目的は、情報トレーダー間の競争が証券市場の流動性や市場参加者の経済厚生に与える影響を、流動性トレーダーのリスク選好を明示したうえで理論的に解明することであった。とりわけ、情報トレーダーが複数存在する状況では、競争が超過利益を希薄化させるという負の効果だけでなく、取引活発化を通じた正の効果も同時に生じ得るため、厚生への帰結は自明でない点に着目した。そこで本稿では Kyle 型の 1 期間モデルを拡張し、情報トレーダーがリスク中立の場合とリスク回避の場合を比較した。その結果、流動性トレーダーのリスク選好により、競争の帰結が次のように大きく異なることが判明した。つまり、流動性トレーダーがリスク中立的であれば、競争は情報トレーダーの利得を低下させ、自由参入の下で超過利益がゼロとなるよう参入者数が定まる。他方、流動性トレーダーがリスク回避的であれば、競争が期待利益を高めるため、参入圧力が働き、情報トレーダー数が発散し得ることが示された。

もっとも、この結果は潜在的な参入者数に上限がなく、かつ参入・情報獲得に伴う費用が参入者数に依存しないという単純化された設定の下で生じる現象を描写したものであり、現実の市場では何らかの摩擦によって参入が内生的に制約されると考えられる。今後の課題としては、無限参入を抑える摩擦（内生的な情報獲得費用など）を導入したより頑健なモデル構築が挙げられる。

## 参考文献

- [1] Holden, C. W. and Subrahmanyam, A. 1992. Long-lived Private Information and Imperfect Competition. *Journal of Finance* 47(1): 247–270.
- [2] Katz, M. L. and Shapiro, C. 1985. Network Externalities, Competition, and Compatibility. *American Economic Review* 75(3): 424–440.

- [3] Kyle, A. 1985. Continuous Auctions and Insider Trading. *Econometrica* 53(6): 1315–1335.
- [4] Mendelson, H. and Tunca, T. I. 2004. Strategic Trading, Liquidity, and Information Acquisition. *Review of Financial Studies* 17(2): 295–337.
- [5] Spiegel, M. and Subrahmanyam, A. 1992. Informed Speculation and Hedging in a Noncompetitive Securities Market. *Review of Financial Studies* 5(2): 307–329.
- [6] Subrahmanyam, A. 1991. Risk Aversion, Market Liquidity, and Price Efficiency. *Review of Financial Studies* 4(3): 417–441.
- [7] 小谷学. 2021. 「ディスクロージャーはインサイダーの利益を減少させるか?」『産業経営研究』40: 1-14.

## 6 補遺

### 6.1 命題1の証明

#### 6.1.1 情報トレーダーの発注戦略

(5) 式の価格設定ルールを所与とした場合における、情報トレーダー  $i$  の期待利益  $E(\pi_i | y, z)$  は次のように表すことができる。

$$E(\pi_i | y, z) = E \left[ \left\{ E(d | y, z) - E(d | y) - \lambda \left( a_i + \sum_{j \neq i} a_j + u \right) \right\} a_i \right] \quad (43)$$

上式について  $a_i$  に関する 1 階の条件を適用すると、以下ようになる。

$$E(d | y, z) - E(d | y) - 2\lambda a_i - \lambda \sum_{j \neq i} a_j = 0 \quad (44)$$

これより、

$$a_i = \frac{1}{(m+1)\lambda} \{E(d | y, z) - E(d | y)\} \quad (45)$$

を得る。したがって、

$$\beta = \frac{1}{(m+1)\lambda} \quad (46)$$

となる。なお、 $a_i$ に関する2階の条件は $\lambda > 0$ である。

### 6.1.2 マーケット・メーカーの価格設定ルール

情報トレーダーの発注戦略を所与として、マーケット・メーカーの価格設定ルールを導く。ここで、

$$q = m\beta \{E(d|y, z) - E(d|y)\} + u \quad (47)$$

が成り立つ。マーケット・メーカーの立場からみると、ベクトル  $[E(d|y, z), q]^T$  は、

$$\begin{bmatrix} E(d|y, z) \\ q \end{bmatrix} \sim N \left( \begin{bmatrix} E(d|y) \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_1 & m\beta\Sigma_1 \\ m\beta\Sigma_1 & m^2\beta^2\Sigma_1 + \sigma_u^2 \end{bmatrix} \right) \quad (48)$$

の2変量正規分布に従う。よって、以下が成り立つ。

$$E(E(d|y, z) | q) = E(d|y) + \frac{m\beta\Sigma_1}{m^2\beta^2\Sigma_1 + \sigma_u^2} q \quad (49)$$

したがって、

$$\lambda = \frac{m\beta\Sigma_1}{m^2\beta^2\Sigma_1 + \sigma_u^2} \quad (50)$$

となる。

### 6.1.3 解の導出

(46)式と(50)式を連立させ、係数 $\beta$ と $\lambda$ を求めると、(命題1)の結果が得られる。■

## 6.2 命題3の証明

### 6.2.1 情報トレーダーの発注戦略

情報トレーダーの発注戦略の導出については、命題1の証明と同様に行えばよい。その結果、以下を得る。

$$\beta = \frac{1}{(m+1)\lambda} \quad (51)$$

### 6.2.2 マーケット・メーカーの価格設定ルール

情報トレーダーの発注戦略を所与として、マーケット・メーカーの価格設定ルールを導く。ここで、

$$q = m\beta \{E(d|y, z) - E(d|y)\} + \kappa n \quad (52)$$

であるから、マーケット・メーカーの立場からみたベクトル  $[E(d|y, z), q]^T$  は、

$$\begin{bmatrix} E(d|y, z) \\ q \end{bmatrix} \sim N \left( \begin{bmatrix} E(d|y) \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_1 & m\beta\Sigma_1 \\ m\beta\Sigma_1 & m^2\beta^2\Sigma_1 + \kappa^2\sigma_n^2 \end{bmatrix} \right) \quad (53)$$

の2変量正規分布に従う。よって、以下が成り立つ。

$$E(E(d|y, z) | q) = E(d|y) + \frac{m\beta\Sigma_1}{m^2\beta^2\Sigma_1 + \kappa^2\sigma_n^2} q \quad (54)$$

したがって、

$$\lambda = \frac{m\beta\Sigma_1}{m^2\beta^2\Sigma_1 + \kappa^2\sigma_n^2} \quad (55)$$

となる。

### 6.2.3 流動性トレーダーの発注戦略

リスク回避的な流動性トレーダーの期待効用  $E[U|n, y]$  は、以下のように表される。

$$E[U|n, y] = -E[\exp(-\gamma s) | n, y] \quad (56)$$

いま初期保有資産に対する流動性トレーダーの私的評価額を $\bar{s}$ とすると、時点2における富に対する私的評価額 $\tilde{s}$ は $\tilde{s} = \bar{s} + (d+n-p)u$ と表すことができる。したがって、私的評価額の増分は $\tilde{s} - \bar{s} = (d+n-p)u$ となる。これを用いると(56)式は、

$$\begin{aligned} E[U|n, y] &= -E[\exp(-\gamma \bar{s}) \cdot \exp(-\gamma(\tilde{s} - \bar{s})) | n, y] \\ &= -\exp(-\gamma \bar{s}) \cdot E[\exp(-\gamma(\tilde{s} - \bar{s})) | n, y] \\ &= -\exp(-\gamma \bar{s}) \cdot \exp\left(-\gamma \left( E[(\tilde{s} - \bar{s}) | n, y] - \frac{\gamma}{2} \text{Var}[(\tilde{s} - \bar{s}) | n, y] \right)\right) \end{aligned} \quad (57)$$

と書ける。上式の展開にあたっては、正規分布の性質を利用している。流動性トレーダーは

$E[U|n, y]$  を最大にするべく、第2時点で取引量  $u$  を決定する。この最大化問題は結局、

$$E[(\bar{s}-\bar{s})|n, y] - \frac{\gamma}{2} \text{Var}[(\bar{s}-\bar{s})|n, y] \quad (58)$$

の最大化問題に帰着する。以下では、(58) 式を  $\Phi$  と定義する。 $\Phi$  の第1項である  $E[(\bar{s}-\bar{s})|n, y]$  は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} E[(\bar{s}-\bar{s})|n, y] &= E[(d+n-p)u|n, y] \\ &= [E(d|n, y) + n - E(p|n, y)]u \\ &= \{E(d|y) + n - E[E(d|y) + \lambda q|y]\}u \\ &= \{E(d|y) + n - E(d|y) - \lambda E(q|y)\}u \\ &= [n - \lambda E(q|y)]u \\ &= [n - \lambda E(m\beta\{E(d|y) - E(d|y)\} + u)]u \\ &= (n - \lambda u)u \quad (59) \end{aligned}$$

続いて、 $\Phi$  の第2項である  $\text{Var}[(\bar{s}-\bar{s})|n, y]$  は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \text{Var}[(\bar{s}-\bar{s})|n, y] &= E[\{(\bar{s}-\bar{s}) - E[(\bar{s}-\bar{s})|n, y]\}^2] \\ &= E[\{(d+n-p)u - E[(d+n-p)u|n, y]\}^2] \\ &= E[\{(d-p)u - [E(d|y) - E(p|y)]u\}^2] \\ &= E[\{(E(d|y, z) - E(d|y)) - (p - E(p|y))\}^2]u^2 \\ &= E[\{(E(d|y, z) - E(d|y))^2 - 2(E(d|y, z) - E(d|y))(p - E(p|y)) + (p - E(p|y))^2\}]u^2 \quad (60) \end{aligned}$$

上式の  $(p - E(p|y))$  は以下のように計算される。

$$\begin{aligned} p - E(p|y) &= (E(d|y) + \lambda q) - (E(d|y) + \lambda E(q|y)) \\ &= \lambda(ma_i + u) - \lambda(mE(a_i|y) + u) \\ &= m\lambda(a_i - E(a_i|y)) \\ &= m\lambda\{\beta(E(d|y, z) - E(d|y)) - \beta[E(d|y) - E(d|y)]\} \\ &= m\lambda\beta\{E(d|y, z) - E(d|y)\} \quad (61) \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned} E[\{p - E(p|y)\}^2] &= m^2\lambda^2\beta^2 E[\{E(d|y, z) - E(d|y)\}^2] \\ &= m^2\lambda^2\beta^2\Sigma_1 \quad (62) \end{aligned}$$

だから、 $\text{Var}[(\bar{s}-\bar{s})|n, y]$  は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \text{Var}[(\bar{s}-\bar{s})|n, y] &= \{\Sigma_1 - 2m\lambda\beta\Sigma_1 + m^2\lambda^2\beta^2\Sigma_1\}u^2 \\ &= (1 - m\lambda\beta)^2\Sigma_1u^2 \quad (63) \end{aligned}$$

以上で求めた  $E[(\bar{s}-\bar{s})|n, y]$  と  $\text{Var}[(\bar{s}-\bar{s})|n, y]$  を (58) 式に代入すると以下を得る。

$$\Phi = (n - \lambda u)u - \frac{\gamma}{2}(1 - m\lambda\beta)^2\Sigma_1u^2 \quad (64)$$

$u$  について最大化のための1階の条件を求めると、

$$\frac{\partial\Phi}{\partial u} = n - 2\lambda u - \gamma(1 - m\lambda\beta)^2\Sigma_1u = 0 \quad (65)$$

これを整理すると、

$$u = \frac{1}{\frac{2\lambda + \gamma(1 - m\lambda\beta)^2\Sigma_1}{\kappa}}n \quad (66)$$

を得る。(28) 式に照らせば、上式のうち、 $n$

の係数が $\kappa$ である。なお、最大化のための2階の条件が満たされていることは明らかである。

### 6.2.4 解の導出

ここまでに得られた以下の3本の式を連立させ、係数 $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $\kappa$ を求める。

$$\beta = \frac{1}{(m+1)\lambda} \quad (67)$$

$$\lambda = \frac{m\beta\Sigma_1}{m^2\beta^2\Sigma_1 + \kappa^2\sigma_n^2} \quad (68)$$

$$\kappa = \frac{1}{2\lambda + \gamma(1 - m\lambda\beta)^2\Sigma_1} \quad (69)$$

(67) 式より $\lambda\beta = 1/(m+1)$ であるので、これを $\kappa$ に代入すれば、

$$\kappa = \frac{1}{2\lambda + \frac{\gamma}{(m+1)^2}\Sigma_1} \quad (70)$$

を得る。次に $\beta$ を $\lambda$ の式に代入し、 $\kappa$ について整理すれば、

$$\kappa = \frac{m^{\frac{1}{2}}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}}{(m+1)\lambda\sigma_n} \quad (71)$$

を得る。これらより、

$$\frac{1}{2\lambda + \frac{\gamma}{(m+1)^2}\Sigma_1} = \frac{m^{\frac{1}{2}}\Sigma_1^{\frac{1}{2}}}{(m+1)\lambda\sigma_n} \quad (72)$$

が成り立つ。これを $\lambda$ について解けば、(35)を得る。いま求めた $\lambda$ を(71)式に代入すれば、 $\kappa$ についての(34)式を得る。また、 $\beta$ は(67)式より得られる。最後に $\beta$ ,  $\kappa$ , および $\lambda$ が正であるためには、以下で定義される関数 $f(m)$ について、

$$f(m) := (m+1)\sigma_n - 2m^{\frac{1}{2}}\Sigma_1^{\frac{1}{2}} > 0 \quad (73)$$

でなければならない。後述する(系3)の証明において明らかになるように、 $f'(m) > 0$ であることから、任意の $m$ について $f(m) > 0$ が成り立つためには、 $f(1) = 2(\sigma_n - \Sigma_1^{\frac{1}{2}}) > 0$ , つまり $\sigma_n^2 > \Sigma_1$ であればよい。■

### 6.3 系3の証明

(35) 式で表される $\lambda$ を $m$ の関数 $g(m)$ とみれば、 $g(m)$ は以下のように4つの因子の積として表すことができる。

$$g(m) = \underbrace{\gamma\Sigma_1^{\frac{3}{2}}}_{(A)} \cdot \underbrace{\frac{m^{\frac{1}{2}}}{(m+1)^2}}_{(B)} \cdot \underbrace{\frac{1}{f(m)}}_{(C)} \quad (74)$$

なお、 $f(m)$ は(73)式で定義したとおりである。この $f(m)$ は $m \geq 1$ において正であり、かつ $m$ の増加関数であることが以下のようにしてわかる。すなわち、仮定 $\sigma_n^2 > \Sigma_1$ より $f'(m) = \sigma_n - m^{-\frac{1}{2}}\Sigma_1^{\frac{1}{2}} > 0$ である。また、 $f(1) > 0$ であった。したがって、因子(C)は $m$ の減少関数であると言える。

さて、因子(B)も $m$ の減少関数であるが、因子(A)は $m$ の増加関数である。ここで、 $g(m)$ の挙動を調べるため対数微分を用いれば、以下を得る。

$$g'(m) = g(m) \cdot \left\{ \frac{1}{2m} - \frac{2}{m+1} - \frac{f'(m)}{f(m)} \right\} \quad (75)$$

上式より明らかに $g'(m) < 0$ である。よって、 $1/\lambda$ は情報トレーダー数 $m$ が増加するほど高くなると言える。■